

基于灰度预测的变长度经验模态分解方法研究

张晓波^{1,2,3}, 刘保华^{1,2}, 于凯本^{1,2}, 刘 苗⁴, 杨志国^{1,2}, 于盛齐^{1,2}, 宗 乐¹

(1. 自然资源部 国家深海基地管理中心, 山东 青岛 266237;

2. 青岛海洋科学与技术试点国家实验室 海洋地质过程与环境功能实验室, 山东 青岛 266061;

3. 中国海洋大学 环境科学与工程学院, 山东 青岛 266100;

4. 青岛海洋科学与技术试点国家实验室 公共关系部, 山东 青岛 266061)

摘 要:经验模态分解是目前分解非线性非平稳信号的有效方法,但其在应用时存在容易导致信号分解失真的端点效应问题。通过对现有的压制方法所存在的不足进行改进,提出了基于灰度预测的变长度经验模态分解方法,在端点处向外对称延拓一部分原始信号使其变成新的信号,进而利用基于灰度预测的经验模态分解方法计算固有模态函数。每得到一个固有模态函数之后,在两端切掉一定长度的序列,即预测不准确序列,从而避免因该序列被代入下一个固有模态函数的求解而导致中间信号被污染;随后利用正弦叠加信号和非线性非平稳信号等仿真数据进行分解实验。实验结果表明:无论是正弦叠加信号还是非线性非平稳信号,基于灰度预测的变长度经验模态分解方法的计算结果误差均小于常规经验模态分解和基于灰度预测的经验模态分解方法,同时对端点处相位信息的处理也更准确。

关键词:端点效应;灰度预测;变长度经验模态分解;非线性非平稳信号

中图分类号:O423

文献标识码:A

文章编号:1671-6647(2020)03-0493-11

doi:10.3969/j.issn.1671-6647.2020.03.011

引用格式:ZHANG X B, LIU B H, YU K B, et al. Length-varying empirical mode decomposition method based on gray prediction[J]. Advances in Marine Science, 2020, 38(3): 493-503. 张晓波, 刘保华, 于凯本, 等. 基于灰度预测的变长度经验模态分解方法研究[J]. 海洋科学进展, 2020, 38(3): 493-503.

对于一般的非线性非平稳信号,信号特征多表现为时变和频带混叠,导致有效信号往往存在于某一个或几个频带中,因此从原始信号中分离和提取有效信号是信号处理的重要研究内容之一。经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)是由美籍华人 Huang 等^[1]于 1998 年提出的一种信号谱分解方法。该方法的核心思想是任何复杂的信号都可以被分解成有限个固有模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)和 1 个剩余分量之和。因为该方法是在基于信号本身特征的基础实现的分解,它与基于傅里叶变换的方法相比,具有更强的自适应性和局部时频分析能力,因此在分析非线性和非平稳信号中具有很高的实用价值。

虽然经验模态分解被认为适合分解非线性和非平稳信号,但由于其提出时间较短,缺乏理论支撑,需要解决的问题很多,例如在应用经验模态分解时信号边界很容易产生信号分解失真问题,即端点效应。其产生原因是在基于 EMD 方法进行信号分解时,由于端点处为非极值点,在计算信号包络时会出现端点处不能完全包络以及由三次样条插值引起的过冲和欠冲等问题,这会使得分解后的 IMF 函数误差过大,从而对信号分解结果的准确度产生严重的影响。

收稿日期:2018-11-06

资助项目:国家自然科学基金委员会-山东省人民政府海洋科学研究中心联合资助项目——海洋地质过程与环境(U1606401);国家自然科学基金重点项目——海洋界面宽频声散射特性及模型研究(41330965);青岛海洋科学与技术试点国家实验室开放基金资助项目——各向异性粗糙海底中频三维声散射特性研究(QNLM2016ORP0209);青岛市博士后应用研究项目——基于海底反射信号的浅海底声参数反演方法研究与应用;泰山学者工程专项——泰山学者攀登计划(tspd20161007);山东省博士后创新项目专项资金资助项目——基于拟空间域梯度预处理的弹性波全波形反演(201903079)

作者简介:张晓波(1990-),男,博士,主要从事海洋地球物理方面研究. E-mail: zxb@ndsc.org.cn

(王佳实 编辑)

目前国内外学者已提出了多种压制端点效应的方法,如特征波法^[1],波形匹配法^[2],镜像圆周对称延拓法^[3-4],极值点镜像延拓法^[5],基于时间序列预测模型(Auto Regression Moving Average, ARMA)的延拓方法^[6],基于神经网络的时间序列预测方法^[7-8]以及基于灰度预测模型的延拓方法^[9]等。但这些方法在应用中均存在一定程度的不足。例如,特征波法的问题在于非平稳非线性信号的两端具有的波形特征不一定相同,所以选择合适的特征波比较困难;波形匹配法在实际应用中计算效率相对低下;镜像圆周对称延拓法则将端点直接做为极值点进行处理,反复迭代计算过程中会引起端点值的失真;极值点镜像延拓法通常把距离端点最近的极值点作为镜面对信号进行延拓,当端点不是极值点时还需对信号进行截断处理,如果数据较短,则端点效应的压制会失效;基于时间序列预测模型的延拓方法和基于神经网络的延拓方法两种方法预测效果较好,但存在计算效率低下和对大数据量和信号周期化的依赖等问题;基于灰度预测模型的延拓方法根据已知的极值点位置和数据利用灰度预测模型预测未知的极值点位置和数据,与前述其他方法相比,该方法在计算效率和抑制效果等方面均有显著改善,但由于灰度预测方法本身的限制,其效果仍有待提升。

本文围绕经验模态分解中的端点效应问题,对常规基于灰度预测模型的端点延拓方法^[9]加以改进,实现了基于灰度模型的变长度经验模态分解方法,并利用仿真数据进行结果对比。

1 EMD 基本原理及端点效应

1.1 EMD 基本原理

EMD 算法基于任何信号都是由有限个固有模态函数组成,每一个固有模态函数都可以通过以下方法得到:

假设原始信号为 $x(t)$, 找出信号的全部极值点,将所有局部极大值点和所有局部极小值点分别进行拟合得到 $env_{\max}(t)$ 和 $env_{\min}(t)$, 这样使所有的信号数据包含在 2 条包络线之间。2 条包络线的平均值记为 $m_1(t)$, 其表达式为

$$m_1(t) = \frac{env_{\max}(t) + env_{\min}(t)}{2} \quad (1)$$

将原信号 $x(t)$ 减去 $m_1(t)$ 得到一个新信号 $h_1(t)$, 即 $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$, 此过程称为筛分。若 $h_1(t)$ 满足 IMF 条件^[5], 则 $h_1(t)$ 为第 1 个固有模态函数;若 $h_1(t)$ 不满足 IMF 条件,则将所得的 $h_1(t)$ 序列作为待处理数据,重复进行上述的筛分工作,直到所得序列满足 IMF 条件为止。这样便得到信号 $x(t)$ 的第 1 个固有模态函数,记为 c_1 。将 c_1 从 $x(t)$ 中分离出来,可以得到去除掉高频成分后的剩余部分 $r_1 = x(t) - c_1$, 然后把 r_1 作为原始数据重复以上过程,可以得到 $x(t)$ 的第 2 个固有模态函数 c_2 。以此类推,如果最终得到剩余分量 (r_n) 比预定的误差要小,或当 r_n 变成 1 个单调函数不能再继续筛分时,则停止上述分解过程。最终原始信号可以表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t), \quad (2)$$

式中, c_i 为 IMF 分量。

1.2 端点效应

在 EMD 分解过程中,对极小值和极大值包络的求取通常采用插值的方法。当信号端点处不为极值点时,包络计算将产生明显误差,由此分解得到的第 i 个 IMF 分量比第 $i-1$ 个 IMF 分量在端点处会由于误差累计产生更大的误差。与此同时,误差还会由数据两端向内传播,从而导致整个分解过程失去意义。

这里对信号端点作举例说明。设原始信号为

$$x(t) = \sin(10\pi t) + \cos(12\pi t + 9) + \cos(36\pi t + 2), \quad (3)$$

式中, $t \in [0, 0.3]$, 采样频率为 10 000 Hz, 对该信号进行经验模态分解时需要求取其极大值包络、极小值包络以及包络的均值(图 1)。

由图 1 可见, 如果端点处不是极值点, 那么求取的包络在端点处就会出现“欠冲”或“过冲”现象, 从而导致计算过程中在端点处出现误差。

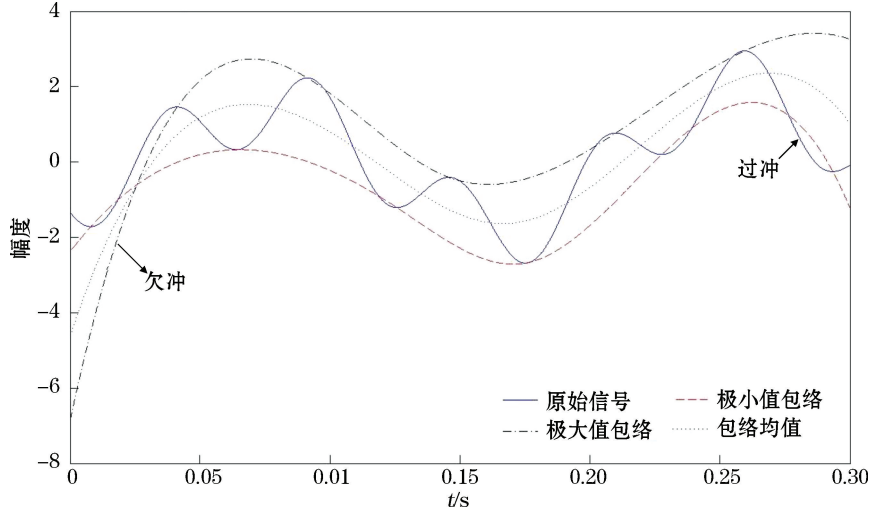


图 1 经验模态分解的端点效应

Fig.1 Edge effect of empirical mode decomposition

2 基于灰度模型的经验模态分解方法

根据前文所述, 为了压制 EMD 的端点效应, 需对端点处的极值点进行有效预测^[6]。因此这里利用一阶单变量灰度预测模型算法对端点处极值点实现预测, 并基于广泛使用的三次样条插值方法进行包络计算。

2.1 一阶单变量灰度预测模型

定义 $X^{(0)}$ 为预测模型的数据集合

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}, \quad (4)$$

$X^{(1)}$ 为 $X^{(0)}$ 的一次累加生成数序列

$$\begin{cases} X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \\ x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad k = 1, 2, \dots, n \end{cases}, \quad (5)$$

$Z^{(1)}$ 为 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列

$$\begin{cases} Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\} \\ z^{(1)}(k) = 0.5[x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \end{cases}. \quad (6)$$

假定建模序列同号, 则其累加生成数序列为单调序列。如果将这个单调序列用指数曲线进行拟合, 则该序列可以写成的微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b, \quad (7)$$

该式的解为

$$x^{(1)} = \left[x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-at} + \frac{b}{a}, \quad (8)$$

式中, a, b 是待定系数。其中 a, b 是待定系数。

根据中值定理和平均值近似, 式(7)中 $\frac{dx^{(1)}}{dt}$ 和 $x^{(1)}(t)$ 分别用 $x^{(0)}(k+1)$ 和 $z^{(1)}(k+1)$ 替换后得到:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (9)$$

式(7)通常被称为上式的白化方程或影子方程。设 $\hat{\alpha}$ 为未知向量, $\hat{\alpha} = (a, b)^T$ 。则 $\hat{\alpha}$ 的最小二乘估计满足

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n, \quad (10)$$

$$\text{式中, } B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}。$$

根据以上论述, 式(9)所示的灰色微分方程的时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

还原值为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), \quad (12)$$

此即预测方程。

2.2 残差模型

对于上文中得到的预测模型, 其精确程度可通过残差值进行检验。根据 $x^{(0)}(i)$ 与 $\hat{x}^{(0)}(i)$ 建立绝对残差序列

$$\Delta^{(0)} = \{ |x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)| \quad i = 1, 2, \dots, n \}, \quad (13)$$

及相对残差序列

$$\varphi = \left\{ \left[\frac{\Delta^{(0)}(i)}{x^{(0)}(i)} \right] \% \quad i = 1, 2, \dots, n \right\}, \quad (14)$$

进而得到平均相对残差

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i, \quad (15)$$

给定 α , 当 $\bar{\varphi} < \alpha$, 且 $\varphi_n < \alpha$ 成立时, 称所求出的预测模型为残差合格模型。

此外, 利用残差值还可对预测模型值进行修正, 令残差值序列为

$$\begin{cases} \epsilon^{(0)} = \{\epsilon^{(0)}(1), \epsilon^{(0)}(2), \epsilon^{(0)}(3), \dots, \epsilon^{(0)}(n)\} \\ \epsilon^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) \quad k = 1, 2, \dots, n \end{cases}, \quad (16)$$

则修正模型写作

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} + \delta_\epsilon (1 - e^{a\epsilon}) \left[\epsilon^{(0)}(1) - \frac{b_\epsilon}{a_\epsilon} \right] e^{-a_\epsilon k} \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (17)$$

式中, δ_ϵ 为校正权重系数, $\hat{\alpha}_\epsilon$ 为残差模型的未知向量, $\hat{\alpha}_\epsilon = [a_\epsilon, b_\epsilon]^T$ 。利用 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$ 可得修正后的预测模型值。

2.3 灰度预测流程

对于符号相同的数据, 利用灰度预测方法往往能够得到较好的预测结果, 因此, 为使原始数据满足这个条件, 可对原始数据 $x^{(0)}(t) (t = 1, 2, 3, \dots, n)$ 做如下变换:

$$\tilde{x}^{(0)}(t) = \frac{x^{(0)}(t) - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad (18)$$

式中, $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$ 是 $x^{(0)}(t)$ 的最大值和最小值。对 $\tilde{x}^{(0)}(t)$ 进行灰度预测得到预测数据 $\hat{\tilde{x}}^{(0)}(t)$, 然后利用反变换式

$$\hat{x}^{(0)}(t) = \hat{\tilde{x}}^{(0)}(t)(x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min}, \quad (19)$$

得到原始数据 $x^{(0)}(t)$ 的预测值。

灰度预测模型的算法流程如下: 预测的次数为 m , 预测的序列为 $\hat{x}^{(0)}(t)$, 其中, $t = 1, 2, 3, \dots, n, \dots, n + m$ 。

1) 数据初始化: $x_{\min} = \min(x^{(0)}(t))$, $x_{\max} = \max(x^{(0)}(t))$, $\tilde{x}^{(0)}(t) = \frac{x^{(0)}(t) - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$;

2) 计算 $\tilde{x}^{(0)}(t)$ 的 1 次累加生成数序列 $\tilde{x}^{(1)}(t)$ 和紧邻均值生成值序列 $z^{(1)}(t)$;

3) 根据式(10)构建矩阵 B 和 Y , 并计算 $\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$, 求得 $[a_1, b_1]^T$;

4) 对于 $t = 1, 2, 3, \dots, n$, 将 $[a_1, b_1]^T$ 代入式(11)求得 $\tilde{x}^{(1)}(t+1)$;

5) 根据 $\tilde{x}^{(0)}(t+1) = \tilde{x}^{(1)}(t+1) - \tilde{x}^{(1)}(t)$ 求得 $\tilde{x}^{(0)}(t+1)$, 利用反变换式得到原始数据 $x^{(0)}(t)$ 的预测值;

6) 计算原始序列 $x^{(0)}(t)$ 与 $\hat{x}^{(0)}(t)$ 的相对残差序列 φ , 并计算平均相对残差 $\bar{\varphi}$ 。给定 α , 当 $\bar{\varphi} < \alpha$, 且 $\varphi_n < \alpha$ 成立时, 称模型为残差合格模型; 当 $\bar{\varphi} > \alpha$ 或 $\varphi_n > \alpha$ 时, 计算残差模型输入数据 $\epsilon^{(0)}(t)$, 并计算残差模型和修正模型, 利用修正模型求得 $\tilde{x}^{(1)}(t+1)$, 然后重复步骤 5) 和 6), 直至得到残差合格模型。

7) 对于 $t = n+1, \dots, n+m$, 利用修正模型求得 $\tilde{x}^{(1)}(t+1)$, 进而求得 $\hat{\tilde{x}}^{(0)}(t+1)$, 最后可得到原始数据 $x^{(0)}(t)$ 的全部预测值。

2.4 基于灰度预测的端点延拓

基于灰度预测的端点延拓方法主要用于极值点序列的延拓, 利用已知的 n 个极值点位置和数据, 预测 m 个未知的极值点位置和数据。以极大值的延拓为例, 在 EMD 每次迭代的过程中, 当得到极大值点序列之后, 分别利用两端的 4 个已知极大值构建灰度预测模型, 然后向两端分别延拓 2 个极大值点, 从而得到新的极大值点序列, 极小值点延拓同理可得。

端点延拓的具体步骤如下: 假设用于预测的 n 个极值点的位置序列为 $l_k (k = 1, 2, \dots, n)$, 极值序列为 $v_k (k = 1, 2, \dots, n)$; 预测出的 m 个极值点位置序列为 $l_k (k = n+1, n+2, \dots, n+m)$, 极值序列为 $v_k (k = n+1, n+2, \dots, n+m)$ 。对于 $i = 1, 2, 3, \dots, m$, 第 i 个预测的极值点位置 l_{i+n} 可以用 $\{l_i, l_{i+1}, \dots, l_{i+n-1}\}$ 进行预测, 第 i 个预测的极值 v_{i+n} 可以用 $\{v_i, v_{i+1}, \dots, v_{i+n-1}\}$ 进行预测。

3 基于灰度预测的经验模态分解的改进

3.1 常规基于灰度预测的经验模态分解方法存在的问题

常规灰度预测模型在端点延拓方面相对于镜像延拓, 对称延拓, 基于 AR 模型延拓和基于神经网络延拓方法有更好的效果, 但灰度预测方法在应用中仍存在问题:

1) 存在矩阵 B 为 0 的情况: 在灰度预测的过程中, 需要求解矩阵 B , 然而由于对数据进行了标准化处理, 使得矩阵 B 中的第 1 列数据存在全为 0 的情况, 所以导致计算出现问题。

2) 极值点位置预测不准确的情况: 极值点位置序列存在预测过程中仍大于 0 的情况, 没有对端点处的值做有效预测。例如, 存在对极值点位置的预测始终大于 0 的情况, 这样对端点处的包络求取仍存在问题。

3) 未考虑端点极值情况导致结果不准确;对复杂多变的信号,特别是在端点处有剧烈变化的信号,若不考虑端点极值情况,预测的结果将导致端点处欠包络。与之相较,极值点镜像延拓法,极值点对称延拓法则能有效解决该问题。

4) 信号端点处的污染往往无法避免,并会影响下一阶固有模态函数的精度。

3.2 变长度经验模态分解方法

针对以上问题,本研究提出基于类对称延拓和灰度模型结合的方法进行数据的经验模态分解处理,在 EMD 分解过程中,对信号做端点延拓实际上都是依靠原有数据的特征做出的预测,对于非线性非稳定信号,如果端点处的变化毫无规律又变化剧烈,通过各种预测方法得到的结果可能都是徒劳。由于预测不可能完全准确,可能多次迭代之后端点处的值出现发散,并将向内污染整个序列。鉴于此,研究通过在端点处向外对称延拓一部分原始信号,使其变成新的信号,在每得到一个 IMF 分量之后,在两端切掉一定长度的序列,这段序列为预测不准确的序列,切除之后,这种预测不准确序列不会被代入下一个 IMF 的求解,从而最大程度的保证中间信号不被污染。

基于灰度预测的变长度经验模态分解流程:

1) 设原始数据的长度为 N , 原始数据序列为 x_i , 其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。设各端延拓的长度为 $Length$, 本实验中令 $Length = N/10$, IMF 的最大阶数为 M , 则每次切掉的长度为 $step = Length/M$ 。

2) 建立新的序列 $\hat{x}_i$, 其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N+2Length-1$, 对新序列进行赋值;对于 $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 令 $\hat{x}_{k+Length} = x_k$ 。

3) 根据端点处数据的大小判断延拓的方式,以左端点为例:

$$\begin{cases} \hat{x}_i = \delta \cdot 2x_0 - x_{2Length-i} & x_{i\min} < |x_0| < x_{i\max} \\ \hat{x}_i = x_{2Length-i} & else \end{cases}, \quad (20)$$

式中,当 x_0 的幅值较大时,以该点为对称点做对称延拓;当其幅值介于原始信号最小值 $x_{i\min}$ 与原始信号最大值 $x_{i\max}$ 之间时,以该点为中心点做类中心对称延拓, $\delta \in [0, 1]$ 为权系数。右端点处延拓方式同理可得。

4) 然后对新序列 $\hat{x}_i$ 进行经验模态分解,其端点延拓方式选择基于灰度模型的延拓。

5) 当得到 k 阶 IMF 分量 $\hat{h}$ 之后,将 $\hat{h}_i$ 中下标为 $i = Length, Length+1, \dots, Length+N-1$ 的 N 个点的值,赋值给 IMF_i^k , 其中 $i = 0, 1, \dots, N-1$ 。

6) 将步骤 5) 中得到的 k 阶段 IMF 分量 $\hat{h}$ 从步骤 4) 所述的新序列中减掉,得到剩余分量 $\hat{r}_i$, 其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N+2Length-1$ 。然后,在剩余分量 $\hat{r}_i$ 的两端分别减去 $step$ 个点的值后得到 $\hat{\hat{r}}_i$, 且令 $Length = Length - step$, 则序列长度为 $i = 0, 1, 2, \dots, N+2Length-1$, 以 $\hat{\hat{r}}_i$ 为新序列再次执行第 4), 5) 和 6) 步骤,直到满足 EMD 分解结束的条件。

4 模型仿真实验

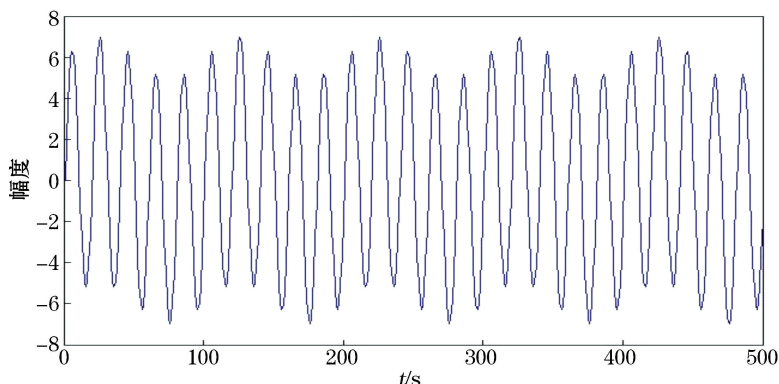
模型仿真实验的内容包括基于本研究的方法和灰度预测的 EMD 方法分别对正弦叠加信号的分解以及非线性非平稳信号分解效果的比较。

4.1 正弦叠加信号的分解

实验中用于分析的信号为

$$x_1(t) = \sin(10\pi t) + 6\sin(50\pi t) \quad t \in [0, 1], \quad (21)$$

式中,信号的采样频率为 500 Hz,合成后的信号如图 2 所示。在理想条件下,此信号应该被分解成 2 个正弦 IMF 分量 $x_{11} = \sin(10\pi t)$ 和 $x_{12} = 6\sin(50\pi t)$ 以及一个剩余分量 $x_{13} = 0$, 各分量信号如图 3 所示。

图2 合成信号 $x_1(t)$, $t \in [0,1]$ Fig.2 Synthesized signals $x_1(t)$, $t \in [0,1]$

分别用常规经验模态分解方法、基于灰度模型的方法以及本研究提出的改进方法进行信号分解,可以得到如图4~6所示的结果。利用式(22)对分解得到的IMF分量与理论结果进行误差计算:

$$S = \sum_{i=1}^3 \sum_{t \in [0,1]} [IMF_i(t) - x_{1i}(t)]^2, \quad (22)$$

式中, $IMF_i(t)$ 代表在 t 采样点处第 i 阶固有模态函数的值。

经计算得到,基于灰度预测的经验模态分解所得结果的误差为 $(\pm 3.337\ 8)$, 本研究提出的方法的误差为 $(\pm 0.025\ 4)$ 。由此可见,本研究提出的改进方法的效果要优于改进之前的结果。

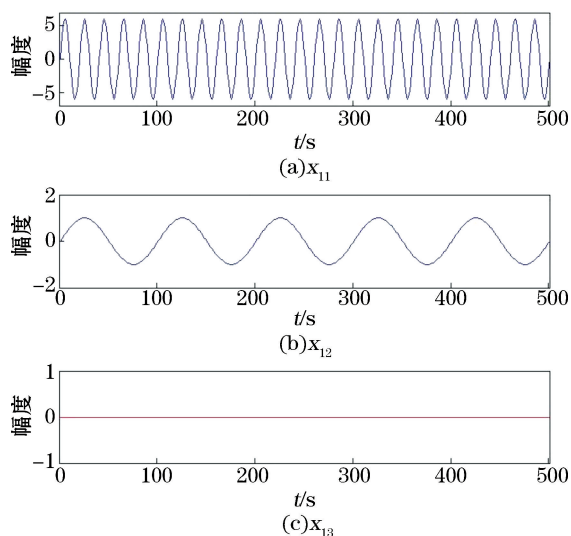
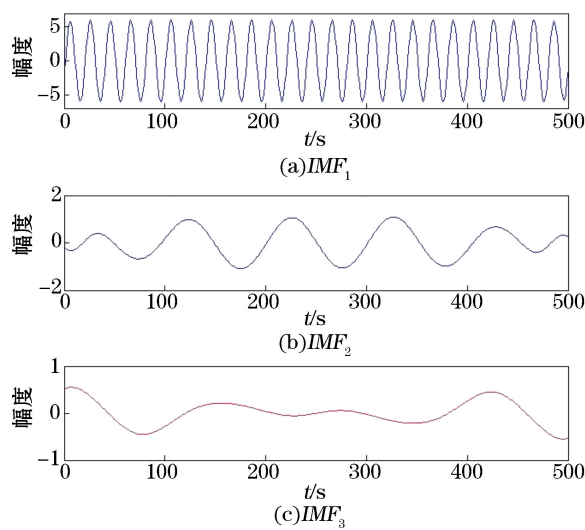
图3 信号子成分 x_{11} , x_{12} 以及 x_{13} Fig.3 Signal subspace x_{11} , x_{12} and x_{13} 

图4 常规经验模态分解的结果

Fig.4 Results of conventional empirical mode decomposition

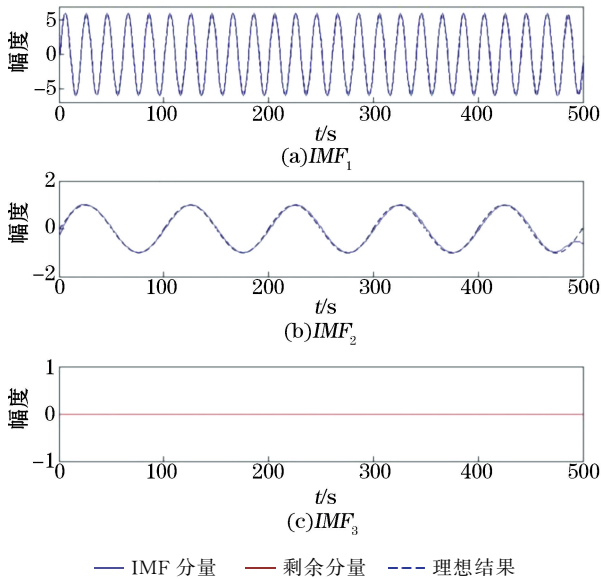


图5 基于灰度模型的经验模态分解的结果

Fig.5 Results of empirical mode decomposition based on grayscale model

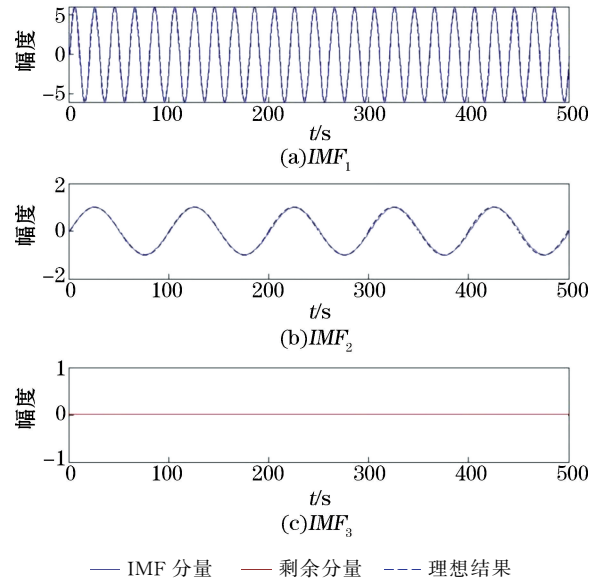


图6 基于本文提出的改进方法分解的结果

Fig.6 Results of decomposition based on the improved method proposed in this study

4.2 非线性非平稳信号的分解

本实验中用于分析的信号为

$$x_2(t) = 15\sin[(t/80)^{1.5}\pi] + 3\sin[(t/100)^{0.8}\pi] + t/500 + 5 \quad t \in [0, 3\,000]。 \quad (23)$$

信号的采样频率为 1 Hz,其波形如图 7 所示。

在理想条件下,此信号可以被分解成 2 个正弦 IMF 分量 $x_{21}(t) = 15\sin[(t/80)^{1.5}\pi]$ 和 $x_{22}(t) = 3\sin[(t/100)^{0.8}\pi]$ 及 1 个线性剩余分量 $x_{23}(t) = t/500 + 5$, 各分量波形如图 8 所示。

这里分别用常规经验模态分解方法、基于灰度模型的方法以及本文提出的方法进行信号分解,得到如图 9~11 所示的结果。对比 3 种方法的处理结果可以看出:在波形吻合度方面,利用本文提出的方法所得到的固有模态函数与原信号吻合程度最高,而且对信号两端的相位信息处理更准确,基于灰度模型方法所得结果的吻合程度次之,常规经验模态分解方法得到的固有模态函数的个数与原信号不一致,其吻合程度最差;在计算误差方面,利用式(23)分别计算基于灰度模型的方法以及本文所提出方法的结果误差,其中基于灰度预测的经验模态分解所得结果的误差为 (± 527.8) , 本研究所提出方法的误差为 $(\pm 311.619\,5)$, 因此本文所提出方法的结果误差更小。综上,本研究提出方法的分解效果要优于未改进之前方法的结果。

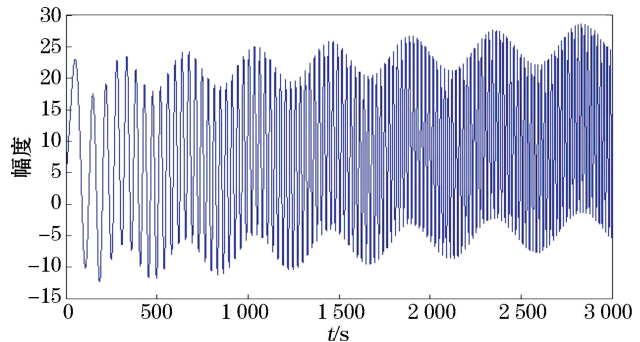
图7 原始信号 $x_2(t)$, $t \in [0, 3\,000]$

Fig.7 Original signal $x_2(t)$, $t \in [0, 3\,000]$

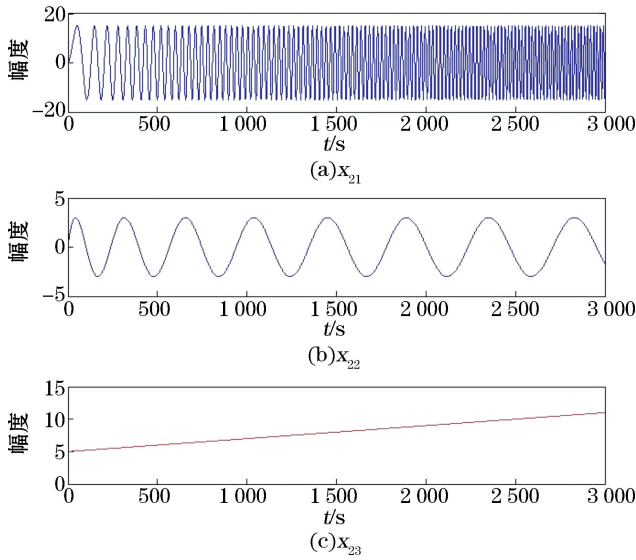


图8 原始信号的分量 $x_{21}(t)$, $x_{22}(t)$, $x_{23}(t)$, $t \in [0, 3\ 000]$

Fig.8 Original signal subspace $x_{21}(t)$, $x_{22}(t)$, $x_{23}(t)$, $t \in [0, 3\ 000]$

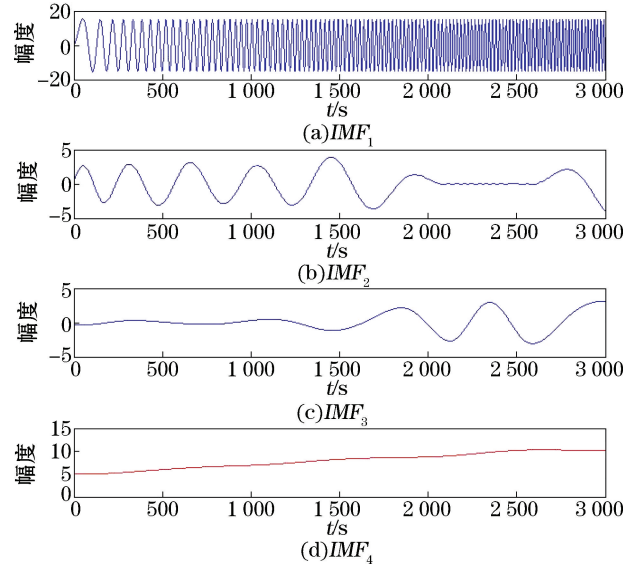
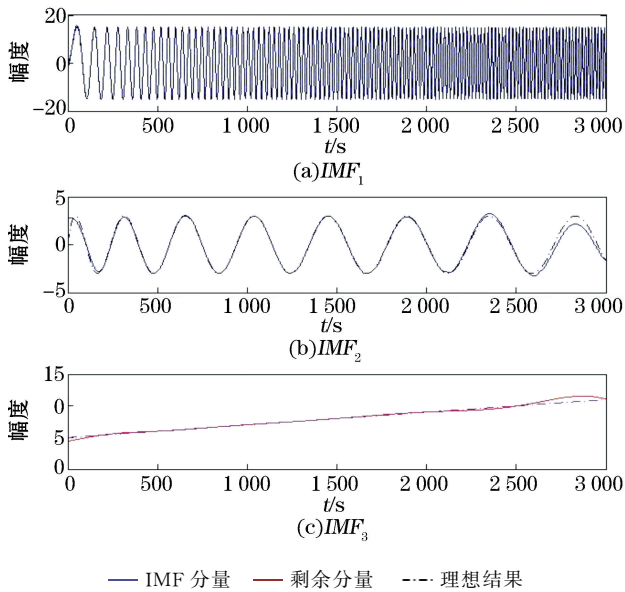


图9 常规经验模态分解的结果

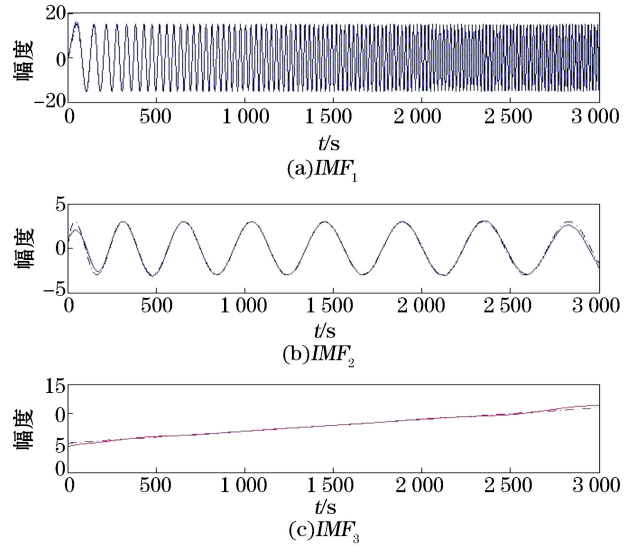
Fig.9 Results of conventional empirical mode decomposition



— IMF 分量 — 剩余分量 - - - 理想结果

图10 基于灰度模型经验模态分解的结果

Fig.10 Results of empirical mode decomposition based on gray model



— IMF 分量 — 剩余分量 - - - 理想结果

图11 基于灰度模型的变长度经验模态分解的结果

Fig.11 Results of length-varying empirical mode decomposition based on gray model

5 结 论

针对经验模态分解方法中的端点效应问题展开研究,对常规基于灰度预测模型的端点延拓方法存在的问题加以改进,并提出了基于灰度模型的变长度经验模态分解方法,然后利用仿真数据进行对比。模型实验

结果表明:

1)对于正弦叠加信号,常规基于灰度预测的经验模态分解所得结果的误差为($\pm 3.337\ 8$),本文提出的方法的误差为($\pm 0.025\ 4$),应用改进方法之后的分解精度得到显著提升;

2)对于非线性非平稳信号,常规经验模态分解方法基于灰度预测的经验模态分解所得结果的误差为(± 527.8),用本文提出的方法的误差为($\pm 311.619\ 5$),应用改进方法之后的分解精度仍然得到提升,同时,本文提出的方法对信号端点处相位信息的处理更准确。

参考文献(References):

- [1] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineer Sciences, 1998, 454 (1971): 903-995.
- [2] SUN H G, FENG G B, CAO D Q, et al. Research on the improved method of the endpoint wave extension of empirical mode decomposition[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2010(24): 319-326. 孙华刚, 冯广斌, 曹登庆, 等. 经验模态分解端点波形延拓改进方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2010(24): 319-326.
- [3] ZHAO J P, HUANG D J. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method[J]. Journal of Zhejiang University, 2001, 2(3): 247-252.
- [4] ZHAO J P. Improvement of the mirror extending in empirical mode decomposition method and the technology for eliminating frequency mixing[J]. High Technology Letters, 2002, 8(3): 40-47.
- [5] RILLING G, FLANDRIN P, GONEALVE P. On empirical mode decomposition and its algorithms[J]. IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing, NSIP-03, 2003: 1-5.
- [6] YANG J W, JIA M P. Study on processing method and analysis of end problem of Hilbert-Huang spectrum[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(2): 283-288. 杨建文, 贾民平. 希尔伯特-黄谱的端点效应分析及处理方法研究[J]. 振动工程学报, 2006, 19(2): 283-288.
- [7] DENG Y J, WANG W, QIAN C C, et al. EMD method and the processing of boundary problems in Hilbert transformation[J]. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(3): 257-263. 邓拥军, 王伟, 钱成春, 等. EMD方法及 Hilbert变换中边界问题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3): 257-263.
- [8] XUN J, YAN S Z. A revised Hilbert-Huang transformation based on the neural networks and its application in vibration signal analysis of a deployable structure[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(7): 1705-1723.
- [9] HE Z, SHEN Y, WANG Q. Boundary extension for Hilbert-Huang transform inspired by gray prediction model[J]. Signal Processing, 2012, 92(8): 685-697.

Length-varying Empirical Mode Decomposition Method Based on Gray Prediction

ZHANG Xiao-bo^{1,2,3}, LIU Bao-hua^{1,2}, YU Kai-ben^{1,2}, LIU Miao⁴, YANG Zhi-guo^{1,2},
YU Sheng-qi^{1,2}, ZONG Le¹

(1. *National Deep Sea Center, Ministry of Natural Resources, Qingdao 266237, China;*

2. *Laboratory for Marine Geology and Environment, Pilot National Laboratory for
Marine Science and Technology (Qingdao), Qingdao 266061, China;*

3. *College of Environmental Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China;*

4. *Public Relations Department, Pilot National Laboratory for Marine Science and
Technology (Qingdao), Qingdao 266061, China)*

Abstract: Empirical mode decomposition is an effective method to decompose nonlinear non-stationary signals at present, but the edge effect that is prone to decomposition distortion at the signal boundary. Aiming at the limitations of the current methods for suppressing the edge effect, this paper proposes a length-varying empirical mode decomposition method based on gray prediction and uses the simulation data such as sinusoidal superposition signal and nonlinear non-stationary signal to realize decomposition experiments. The experimental results show that the computational error of the length-varying empirical mode decomposition method based on gray prediction is smaller than the conventional empirical mode decomposition and the empirical mode decomposition method based on gray prediction. Furthermore, the method proposed in this paper is more accurate in aspect of phase information process at the endpoint.

Key words: edge effect; gray prediction; length-varying empirical mode decomposition; nonlinear and non-stationary signals

Received: November 6, 2018