

考虑摩擦的绕岛理论及在印尼贯穿流流量估算中的应用

杨延召^{1,2}, 王立伟^{1,3}, 徐腾飞³, 魏泽勋^{1,3*}

(1. 国防科技大学 气象海洋学院, 江苏 南京 211101; 2. 青岛科技大学 数理学院, 山东 青岛 266061;

3. 自然资源部 第一海洋研究所, 山东 青岛 266061)

摘要: 基于 Godfrey 绕岛理论, 在正压、线性模型下同时考虑了底摩擦和侧摩擦, 得到带有摩擦的绕岛理论。根据两个岛屿的经向长度不同, 将其分为 3 种情况; 通过积分动量方程, 分别得到了各自的带有摩擦的岛屿流函数解析解, 从而得到两岛屿间流量公式。当忽略侧摩擦或底摩擦中的一个时, 可得 Wajsowicz 的带有摩擦的绕岛理论。利用 CCMP 的风场数据, 计算了印尼贯穿流的流量, 通过比较发现, 当只考虑侧摩擦时, 流量会增加; 当只考虑底摩擦时, 流量会减少; 当同时考虑底摩擦和侧摩擦时, 流量会减少, 减少的幅度较只考虑底摩擦时更大。与不考虑摩擦时相比, 同时考虑摩擦和侧摩擦时的流量减少量不超过 25%。

关键词: 侧摩擦; 底摩擦; 印尼贯穿流

中图分类号: P433.1

文献标识码: A

文章编号: 1671-6647(2020)01-0028-10

doi: 10.3969/j.issn.1671-6647.2020.01.004

引用格式: YANG Y Z, WANG L W, XU T F, et al. The island rule with consideration of frictions and its application on the transport estimation of the Indonesian Throughflow[J]. *Advances in Marine Science*, 2020, 38(1): 28-37. 杨延召, 王立伟, 徐腾飞, 等. 考虑摩擦的绕岛理论及在印尼贯穿流流量估算中的应用[J]. *海洋科学进展*, 2020, 38(1): 28-37.

Godfrey^[1] 在 1989 年利用简化的流体动力学方程, 得到了绕岛理论, 利用此理论可以借助岛屿周边及岛屿与海盆边界之间区域的风应力来研究岛屿与海盆边界之间的水道流动情况, 这种利用风应力研究岛屿周边水流情况的方法早在 1973 年曾被 Veronis^[2] 采用过, 但是没有被明确的提出。Godfrey 用绕岛理论估计了印尼贯穿流的流量, 其结果与 Wijffels 等^[3] 利用地转流得到的结论及后来 Gordon 等^[4-5] 的直接测量结果具有较好的一致性。自从绕岛理论被提出之后, 该理论被应用于不同的海域。Chen 等^[6] 研究了非洲东海岸, 并得到此区域的流函数。Cai^[7] 通过计算南大洋的流函数, 研究了上层环流的特征。Qu 等^[8-10] 利用绕岛理论解释了中国南海的上层环流、热和淡水的输送, 并研究了吕宋海峡在传送厄尔尼诺-南方涛动时对中国南海的影响。通过分析绕岛理论的各个风应力路径, 刘钦燕^[11-13] 解释了南海贯穿流和印尼贯穿流的联系, 并研究了南海贯穿流的年际变化。

绕岛理论在推导的过程中对动量方程进行了深度积分, 并进行了简化, 在正压条件下省略了时间项、非线性项以及摩擦项。这就需要所研究海盆水深较深或海底较为平坦, 局地海洋动力调整时间尺度远小于风场时间变化尺度, 岛屿远离西边界并且水流不能太快, 具有一定的局限性。Wajsowicz^[14-15] 将 Godfrey 的理

收稿日期: 2018-09-21

资助项目: 国家重点研发计划项目——长航程水下滑翔机研制与海试应用(2016YFC0301103); 全球变化与海气相互作用专项资助项目——太平洋-印度洋与亚洲季风的相互影响(GASI-IPOVAI-03); 国家自然科学基金项目——太平洋-印度洋贯穿流流量的观察研究(41476025)和卡里马塔海峡贯穿流的年际变化(41876027)

作者简介: 杨延召(1979-), 男, 博士研究生, 主要从事大洋环流方面研究. E-mail: yangyanzhao@qust.edu.cn

* **通讯作者:** 魏泽勋(1970-), 男, 研究员, 博士, 主要从事海洋环流动力学方面研究. E-mail: weizx@fio.org.cn

(李 燕 编辑)

论进行了推广,考虑了摩擦、地形及多个岛屿的情况,分析了各个通道中底摩擦或侧摩擦的适用性,并将其应用于印尼贯穿流。连展^[16]在绕岛理论中考虑了摩擦-地形的作用,当存在海槛时,通过增加水深因子,提出了带有摩擦-地形作用的多岛理论。Pedlosky 等^[17]等利用数值模式对绕岛理论进行了验证,并考虑省略掉的非线性项、压力梯度力等因素对所得结果的影响。在时间尺度上,Yang^[18]得到了可适用于季节变化的绕岛理论,并解释了有关吕宋海峡输运和北赤道流分叉点纬度的关系。

研究发现,利用绕岛理论估计出的通道流量,和实际相比,所得数值往往偏大,主要是忽略摩擦造成的。鉴于以往在利用绕岛理论研究问题时,要么忽略摩擦的作用,要么只考虑底摩擦或侧摩擦中的一个^[14,19],此时对于有些海峡,比如英吉利海峡,按照 Wajsowicz 的分析,侧摩擦和底摩擦都会影响通道的流量,那么在摩擦的选择上将不太容易。为此,本研究在 Wajsowicz 的基础上,同时考虑底摩擦和侧摩擦,得到了岛屿的深度积分流函数解析值,用于估计通过海峡内的流量值,并就不同的岛屿位置情况分别进行讨论,在不考虑其中能量耗散的情况下,得到了相应的带有摩擦作用的绕岛理论。最后将此理论应用于印尼贯穿流,并与 Wajsowicz 的结果进行了对比。

1 带有摩擦的绕岛理论

采用 Wajsowicz^[14]的线性模型,假设海盆中存在 2 个岛屿,这 2 个岛屿均远离海盆的西边界;海盆底部为平底或水深较深,以至于底部地形被包含在流动性较弱的下层。摩擦只存在于两岛屿间的通道内,设海盆的深度为 H_0 ,令 $\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \int_{-H_0}^0 v dz$, $\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \int_{-H_0}^0 u dz$,在常态下,不考虑流体的惯性项,对水平动量方程进行垂直积分可得

$$f \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + F^{(x)} + \frac{\tau^{(x)}}{\rho_0} = 0, \quad (1)$$

$$-f \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + F^{(y)} + \frac{\tau^{(y)}}{\rho_0} = 0, \quad (2)$$

式中, f 为科氏参数, ρ_0 为流体密度, P 为流体深度积分的压力项, $\vec{F} = (F^{(x)}, F^{(y)})$ 是流体垂向积分的摩擦项, $\vec{\tau} = (\tau^{(x)}, \tau^{(y)})$ 表面风应力,边界条件的个数依赖于摩擦的具体选择。当采用无法向流的边界条件时,可得在边界上 Ψ 为常数。针对两岛屿的相对位置不同,本文将分为 3 种情况:

1) 当西边存在另一个岛屿,且其所在纬度与东边岛屿的纬度部分重叠时(图 1)。对式(1),(2)沿曲线 C_0, C_1 积分可得 $\psi_0 = \psi_{0,ideal} + \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$, $\psi_1 = \frac{\Delta f_{ovp}}{\Delta f_1} \psi_{0,ideal} + \frac{-1}{\Delta f_1} \oint_{C_1} \frac{\vec{\tau}}{\rho_0} \cdot d\vec{l} - (\frac{\Delta f_0}{\Delta f_1} - \frac{\Delta f_{ovp}}{\Delta f_1}) \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$, 式中, $\psi_{0,ideal} = \frac{-1}{\Delta f_0} \oint_{C_0} \frac{\vec{\tau}}{\rho_0} \cdot d\vec{l}$ 为不考虑摩擦时,东边岛屿的流函数值。 $\Delta f_0, \Delta f_1$ 为两岛屿各自的南北端科氏参数差, Δf_{ovp} 为两岛屿纬度重合部分南北端的科氏参数差。 C_0 为东侧岛屿南北端所在纬线、东侧岛屿的西边界以及海盆东边界所包围区域的周线; C_1 为西侧岛屿北端所在纬线、西侧岛屿的西边界、西侧岛屿南端至东侧岛屿的纬线、东侧岛屿的西边界,东侧岛屿北端至东边界的纬线以及海盆东边界所包围区域的周线; $A \rightarrow B$ 位于两岛屿间通道区域的右端,沿右端岛屿的西边界,逆时针方向。

2) 当西边存在另一个岛屿,且其所在纬度包含东边岛屿的纬度时(图 2)。对式(1),(2)沿曲线 C_0, C_1 积分可得: $\psi_0 = \psi_{0,ideal} + \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$, $\psi_1 = \psi_{1,ideal} = \frac{-1}{\Delta f_1} \oint_{C_1} \frac{\vec{\tau}}{\rho_0} \cdot d\vec{l}$, 式中, $\psi_{1,ideal}$ 为不考虑摩擦时的西边岛屿流函数的值; C_0, C_1 为各自岛屿南北端所在纬线、岛屿西边界以及海盆东边界所包围区域的周线。可见,摩擦的存在影响了东边岛屿的流函数,对西边岛屿流函数没有影响。

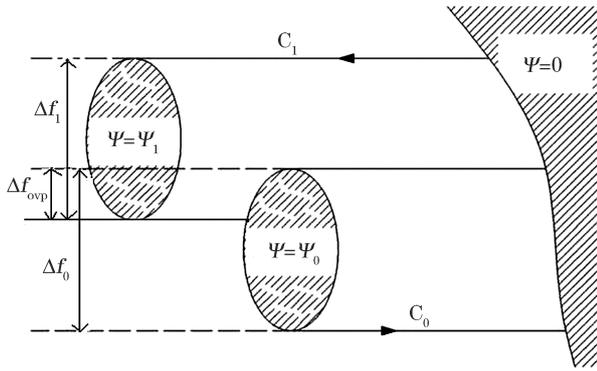


图 1 两岛屿之间存在部分重叠时岛屿示意图
Fig.1 Schematic diagram of the stream function when two islands are partially overlapped

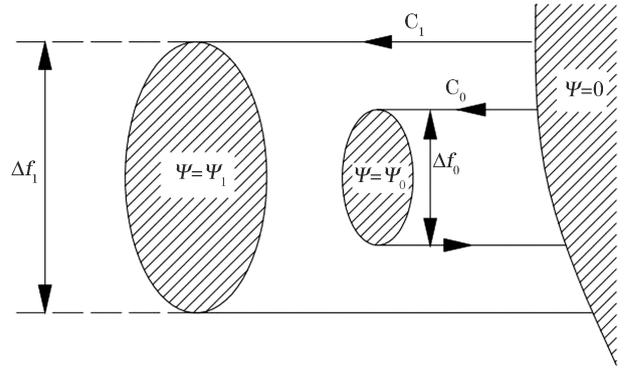


图 2 西边岛屿所在纬度包含东边岛屿所在纬度时岛屿示意图
Fig.2 Schematic diagram of the stream function when the latitudes of the eastern island are within those of the western island

3) 当西边存在一个岛屿,且其所在纬度包含于东边岛屿的纬度时(图 3)。对式(1),(2)沿曲线 D_0, D_1 积分可得 $\psi_0 = \psi_{0,ideal} + \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}, \psi_1 = \psi_0 - \frac{\Delta f_0}{\Delta f_1} \cdot \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} + \frac{-1}{\Delta f_1} \oint_{D_1} \frac{\vec{\tau}}{\rho} \cdot d\vec{l} = \psi_{0,ideal} + \frac{-1}{\Delta f_1} \oint_{D_1} \frac{\vec{\tau}}{\rho} \cdot d\vec{l} + (1 - \frac{\Delta f_0}{\Delta f_1}) \cdot \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$, 式中, D_0 为东侧岛屿南北端所在纬线、东侧岛屿西边界以及海盆东边界所包围区域的周线, D_1 为西侧岛屿南北端所在纬线、西侧岛屿西边界以及东侧岛屿部分西边界所包围区域的周线。可见,此时摩擦的存在对左、右两端岛屿的流函数都有影响。

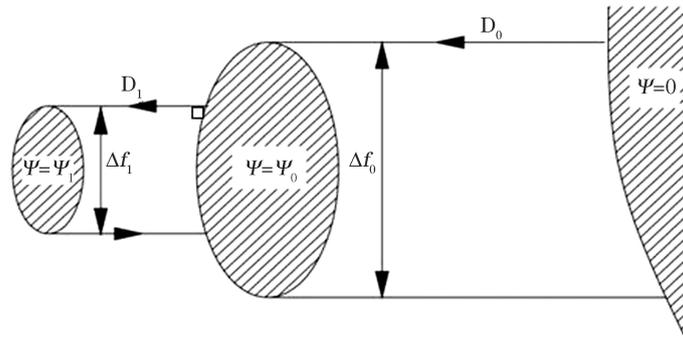


图 3 东边岛屿所在纬度包含西边岛屿所在纬度时岛屿示意图
Fig.3 Schematic diagram of the stream function when the latitudes of the western island are within those of the eastern island

2 Munk-Stommel 模型

从以上 3 种情况的解析式可见,岛屿的流函数值及通过两岛屿之间通道的流量 $T = \Psi_0 - \Psi_1$ 依赖于式中的项 $\frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$, 即和摩擦的选择有关。Wajsowicz^[14], Pratt 和 Pedlosky^[19] 讨论了选择底摩擦 $\vec{F} = A_s \nabla_h \times (\psi \vec{k})$ 或侧摩擦 $\vec{F} = -A_H \nabla_h^2 [\nabla_h \times (\psi \vec{k})]$ 时有关摩擦对流量的估计,并讨论了其在印尼贯穿流中一些岛屿的应用,但其中大多以通道中选择一种摩擦为主。本文同时考虑通道内的底摩擦和侧摩擦,计算此时岛屿的流函数解析解,并得到带有摩擦的绕岛理论。

当式(1),(2)中的摩擦项同时考虑侧摩擦和底摩擦时,可得

$$-f \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} - A_H \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \right) + \frac{D_f}{H_0} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\tau^{(x)}}{\rho_0}, \quad (3)$$

$$f \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + A_H \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial y^2} \right) - \frac{D_f}{H_0} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\tau^{(y)}}{\rho_0}, \quad (4)$$

对应的涡度方程为 $A_H \nabla^4 \psi - A_S \nabla^2 \psi - \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\text{curl}(\vec{\tau})$, A_H 是侧摩擦系数, $A_S = \frac{D_f}{H_0}$, D_f 是底部拖曳系数。

采用 Pratt 和 Pedlosky^[19] 或 Wajsowicz^[14] 的模型, 将两岛屿间通道近似为一个长为 L , 宽为 W 的一个长方形(图 4), 并假定 $W \ll L$, 此时就有 $\frac{\partial}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial y}$, 那么涡度方程可简化为

$$A_H \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} - A_S \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\text{curl}(\vec{\tau}), \quad (5)$$

采用无滑动边界条件 $\psi(0, y) = \psi_1, \psi(W, y) = \psi_0, \left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0,$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=W} = 0.$$

对于通道中的风应力项产生的 Sverdrup 流, 其导致的输运相比于整体的输运较小, 可忽略不计^[19]。只需解式(5)中对应的齐次方程, 其相应的特征方程为

$$r(A_H r^3 - A_S r - \beta) = 0. \quad (6)$$

根据卡丹公式^[20], 其解和相应的三次方程判别式 $\Delta = \left(-\frac{\beta}{2A_H}\right)^2 - \left(\frac{A_S}{3A_H}\right)^3$ 有关。

当判别式 $\Delta < 0$ 时, 特征方程(6)有 4 个实根, 带入边界条件, 求之, 可得式(5)对应的齐次方程的解, 具有形式 $\psi(x, y) = k_0 + k_1 e^{r_1 x} + k_2 e^{r_2 x} + k_3 e^{r_3 x}$, 其中 $r_i, i=1, 2, 3$ 为方程(6)相应的实根, $k_i, i=1, 2, 3, 4$ 满足方程:

$$\begin{cases} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 = \psi_1 \\ k_1 r_1 + k_2 r_2 + k_3 r_3 = 0 \\ k_0 + k_1 e^{r_1 W} + k_2 e^{r_2 W} + k_3 e^{r_3 W} = \psi_0 \\ k_1 r_1 e^{r_1 W} + k_2 r_2 e^{r_2 W} + k_3 r_3 e^{r_3 W} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

所以, 可得沿积分路径的摩擦力积分为 $F_0 = \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \approx \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B [A_H \left. \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} \right) \right|_{x=W} - A_S \left. \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right|_{x=W}] dy =$

$$\frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0} \frac{r_1 r_2 r_3}{|A|} [(A_H r_1^2 - A_S)(e^{(r_1+r_3)W} - e^{(r_1+r_2)W}) + (A_H r_2^2 - A_S)(e^{(r_1+r_2)W} - e^{(r_2+r_3)W}) + (A_H r_3^2 -$$

$A_S)(e^{(r_2+r_3)W} - e^{(r_1+r_3)W})](\psi_0 - \psi_1)$, 其中 $|A|$ 为方程(7)的系数行列式, $y_B - y_A = L$ 为通道的长度。令 $m_0 =$

$$-\frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0} \frac{r_1 r_2 r_3}{|A|} [(A_H r_1^2 - A_S)(e^{(r_1+r_3)W} - e^{(r_1+r_2)W}) + (A_H r_2^2 - A_S)(e^{(r_1+r_2)W} - e^{(r_2+r_3)W}) + (A_H r_3^2 -$$

$A_S)(e^{(r_2+r_3)W} - e^{(r_1+r_3)W})]$, 可得在上述 3 种不同情况下的有关岛屿的流函数以及两岛屿间流量公式。

1) 当西边存在另一个岛屿, 且其所在纬度与东边岛屿的纬度部分重叠(图 1)时, 岛屿的流函数以及两岛屿间流量为

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \psi_{0, \text{ideal}} - m_0 T_1, \\ T_1 &\equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1, \text{ideal}}}{1 + \epsilon_0 m_0}. \end{aligned} \quad (8)$$

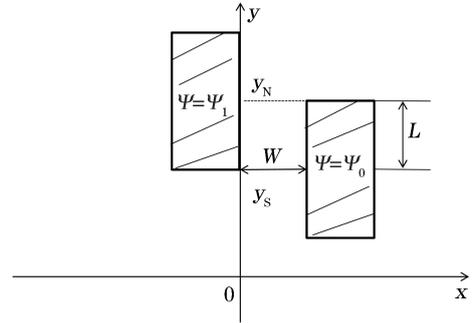


图 4 两岛屿坐标位置示意

Fig.4 Schematic diagram of the coordinates of the two islands

式中, $\epsilon_0 = 1 + \frac{\Delta f_0}{\Delta f_1} - \frac{\Delta f_{\text{ovp}}}{\Delta f_1}$, T_1 为通道内的输运, $T_{1,\text{ideal}} = \Psi_{0,\text{ideal}} - \Psi_{1,\text{ideal}}$ 。

2) 当西边存在另一个岛屿, 且其所在纬度包含东边岛屿的纬度(图 2)时, $\epsilon_0 = 1$, 岛屿的流函数以及两岛屿间流量为 $\psi_0 = \psi_{0,\text{ideal}} - m_0 T_1$, $T_1 \equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1,\text{ideal}}}{1 + m_0}$ 。

3) 当西边存在另一个岛屿, 且其所在纬度包含于东边岛屿的纬度(图 3)时, 岛屿的流函数以及两岛屿间流量为 $\psi_0 = \psi_{0,\text{ideal}} - m_0 T_1$, $T_1 \equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1,\text{ideal}}}{1 + \frac{\Delta f_0}{\Delta f_1} m_0}$, 此时 $T_{1,\text{ideal}} = \Psi_{0,\text{ideal}} - \Psi_{1,\text{ideal}} = \frac{1}{\Delta f_1} \oint_{D_0} \frac{\vec{\tau}}{\rho} \cdot d\vec{l}$ 。

同理, 当判别式 $\Delta > 0$ 时, 特征方程(6)有 2 个实根(0, r)和 2 个共轭的复根($a \pm bi$), 将其带入边界条件, 可得式(5)对应的齐次方程的解具有形式 $\psi(x, y) = k_0 + k_1 e^{rx} + e^{ax}(k_2 \cos bx + k_3 \sin bx)$, $k_0 = \frac{|D_1|}{|D|}$, $k_1 = \frac{|D_2|}{|D|}$, $k_2 = \frac{|D_3|}{|D|}$, $k_3 = \frac{|D_4|}{|D|}$, $|D|$ 满下方程组:

$$\begin{cases} k_0 + k_1 + k_2 = \psi_1, \\ k_1 r + a k_2 + b k_3 = 0, \\ k_0 + k_1 e^{rW} + k_2 e^{aW} \cos bW + k_3 e^{aW} \sin bW = \psi_0, \\ k_1 r e^{rW} + (a e^{aW} \cos bW - e^{aW} b \sin bW) k_2 + (a e^{aW} \sin bW + e^{aW} b \cos bW) k_3 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

式中, $|D_i|$ 是由常数项代替系数行列式的第 i 列所得的行列式的值。

从而可得沿积分路径的摩擦力积分为

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \approx \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B [A_H \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} \right)_{x=W} - A_S \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=W}] dy \approx \\ & \frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0} [A_H \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} \right)_{x=W} - A_S \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=W}] = \frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0} [k_1 r e^{rW} (A_H r^2 - A_S) + \\ & k_2 e^{aW} [(a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \cos(bW) + (b^3 A_H - 3a^2 b A_H + bA_S) \sin(bW)] + \\ & k_3 e^{aW} [(3a^2 b A_H - b^3 A_H - bA_S) \cos(bW) + (a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \sin(bW)] = \\ & \frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0 |D|} [(a^2 + b^2) e^{aW} \sin(bW) r e^{rW} (A_H r^2 - A_S) + (b r e^{rW} - r a e^{aW} \sin(bW) - r b e^{aW} \cos(bW)) e^{aW} \\ & [(a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \cos(bW) + (b^3 A_H - 3a^2 b A_H + bA_S) \sin(bW)] + \\ & (r a e^{aW} \cos(bW) - r b e^{aW} \sin(bW) - a r e^{rW}) e^{aW} [(3a^2 b A_H - b^3 A_H - bA_S) \\ & \cos(bW) + (a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \sin(bW)]] (\psi_0 - \psi_1). \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} r_0 &= -\frac{(y_B - y_A)}{\Delta f_0 |D|} [(a^2 + b^2) e^{aW} \sin(bW) r e^{rW} (A_H r^2 - A_S) + \\ & (b r e^{rW} - r a e^{aW} \sin(bW) - r b e^{aW} \cos(bW)) e^{aW} \\ & [(a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \cos(bW) + (b^3 A_H - 3a^2 b A_H + bA_S) \sin(bW)] + \\ & (r a e^{aW} \cos(bW) - r b e^{aW} \sin(bW) - a r e^{rW}) e^{aW} \\ & [(3a^2 b A_H - b^3 A_H - bA_S) \cos(bW) + (a^3 A_H - 3ab^2 A_H - aA_S) \sin(bW)]]; \end{aligned}$$

可得上述 3 种情况下岛屿的流函数以及两岛屿间流量公式。

1) 当西边存在另一个岛屿, 且其所在纬度与东边岛屿的纬度部分重叠(图 1)时, 岛屿的流函数以及两岛屿间流量为 $\psi_0 = \psi_{0,\text{ideal}} - r_0 T_1$, $T_1 \equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1,\text{ideal}}}{1 + \epsilon_0 r_0}$ 。

2) 当西边存在另一个岛屿, 且其所在纬度包含东边岛屿的纬度(图 2)时, 岛屿的流函数以及两岛屿间流

量为 $\psi_0 = \psi_{0,\text{ideal}} - r_0 T_1$, $T_1 \equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1,\text{ideal}}}{1+r_0}$ 。

3) 当西边存在另一个岛屿,且其所在纬度包含于东边岛屿的纬度(图 3)时,岛屿的流函数以及两岛屿间流量为 $\psi_0 = \psi_{0,\text{ideal}} - r_0 T_1$, $T_1 \equiv \psi_0 - \psi_1 = \frac{T_{1,\text{ideal}}}{1 + \frac{\Delta f_0}{\Delta f_1} r_0}$ 。

有关判别式不同所对应的两组解,即联合耗散因子 r_0 或 m_0 的解析式,它们反映了通道的宽度、侧摩擦系数、底摩擦系数及通道深度之间的组合关系。在通道宽度、深度固定的情况下,当侧摩擦与底摩擦的系数之比较大时,则侧摩擦起主要作用,此时的取值倾向于 r_0 ,反之,倾向于 m_0 。在通道宽度、摩擦系数之比固定的情况下,通道的水深越深,此时的取值倾向于 r_0 ,反之,就取 m_0 。

特别地,当只考虑侧摩擦,即底摩擦系数 $D_f = 0$ 时,则判别式 $\Delta > 0$,特征方程(6)有 2 个实根($0, \frac{1}{\delta_M}$), 2 个共轭的复根($-\frac{1}{2\delta_M} \pm \frac{\sqrt{3}}{2\delta_M}i$), 其中 $\delta_M = (\frac{A_H}{\beta})^{\frac{1}{3}}$ 为 Munk 边界层宽度。则式(9)变为

$$F_0 = \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \approx \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B A_H \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} \right)_{x=w} dy \approx \frac{A_H (y_B - y_A)}{\Delta f_0} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} \right)_{x=w} = \frac{\beta (y_B - y_A) \gamma_2(W)}{\Delta f_0 (\gamma_1(W) + \gamma_2(W))} (\psi_0 - \psi_1), \quad (11)$$

式中, $\gamma_1(W) = [\cos(\frac{\sqrt{3}W}{2\delta_M}) - \sqrt{3} \sin(\frac{\sqrt{3}W}{2\delta_M})] e^{-\frac{w}{2\delta_M}} - e^{\frac{w}{\delta_M}}$, $\gamma_2(W) = [\cos(\frac{\sqrt{3}W}{2\delta_M}) + \sqrt{3} \sin(\frac{\sqrt{3}W}{2\delta_M})] e^{\frac{w}{2\delta_M}} - e^{-\frac{w}{\delta_M}}$ 。

当只考虑底摩擦,即侧摩擦系数 $A_H = 0$ 时,式(5)为 $A_S \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{curl}(\frac{\vec{\tau}}{\rho_0})$, 在边界条件 $\psi(0, y) = \psi_1$, $\psi(W, y) = \psi_0$ 下求解相应的齐次方程可得

$$F_0 = \frac{1}{\Delta f_0} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \approx -\frac{A_S}{\Delta f_0} \int_A^B \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=w} dy \approx -\frac{A_S (y_B - y_A)}{\Delta f_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=w} = \frac{\beta (y_B - y_A)}{\Delta f_0 (1 - e^{\frac{w}{\delta_S}})} (\psi_0 - \psi_1), \quad (12)$$

式中, $\delta_S = \frac{A_S}{\beta}$ 为 Stommel 边界层厚度。式(11)与式(12)即为 Wajsowicz^[14]或 Pratt 和 Pedlosky^[19]的只考虑一种摩擦时的结果。

3 绕岛理论在印尼贯穿流流量估算中的应用

印度尼西亚海域位于太平洋—印度洋两大暖池区的中间地带,是典型的海洋大陆带,区域内有众多复杂连通的海峡与其相邻的大洋之间进行着活跃的水交换。印尼贯穿流是联系太平洋和印度洋的主要通道,是全球大洋热盐环流输送带上的一个关键环节,在大洋间的物质平衡、动量平衡和能量平衡的维持中有重要作用^[21]。南海是连接太平洋和印度洋的重要通道,这一分支也被称印尼贯穿流南海分支或南海贯穿流。两者作为太平洋和印度洋的枢纽,具有较为复杂且重要的调节关系^[22]。

通过修订绕岛环流理论的摩擦项, Wajsowicz^[19]分析表明印尼贯穿流流量的变化与南太平洋的风场有着紧密的联系,澳大利亚南端纬线和赤道太平洋的纬向风应力积分是印尼贯穿流流量年代际变化的主要贡献者。在印度尼西亚海众多的海峡中,望加锡海峡是印尼贯穿流的主要流入通道,较少流量经过其余通道^[21-22]。尽管印尼贯穿流不是正压的,但大部分体积运输被认为局限于上层 200~300 m,此时可近似为正压平底模型。考虑到通道长度从赤道延伸到 12°S,而澳大利亚岛可近似为从赤道延伸到 45°S。因此,通道

长度和澳大利亚岛屿南北长度的上限比率为 $\frac{L}{L_0} = \frac{12}{45} \approx 0.3$ 。

本研究采用的风场数据是 CCMP(Cross-Calibrated Multiplatform)资料^[23],它以 ERA-40 再分析的产品以及欧洲中期天气预报中心 ECMWF 的业务分析产品的 10 m 洋面风场为背景场。该数据采用了四维同化的方法,融合了 SSM/I,TMI,QuikSCAT 等卫星探测资料以及船舶等观测资料,相较于 ERA-40 的产品,其分辨率更高。其产品由美国宇航局提供,较其他单个卫星平台的风场数据在精度方面有很大的提高。

本文选用 1988—2014 年期间共 27 a 的风场数据,它们的空间分辨率为 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$,时间分辨率为月。通过公式 $\vec{\tau} = \rho \cdot C_d \cdot |U| \cdot \vec{U}$,将海面上 10 m 处的风场转换为风应力,其中 ρ 为空气密度,本文取值为 1.3 kg/m^3 , $\vec{\tau}$ 为所需要风应力, U 为风速大小, \vec{U} 为风矢量, C_d 为拖曳系数。关于拖曳系数的计算,本文采用 Yelland 和 Taylor^[24] 的计算方法: $C_d \times 1000 = (0.29 + 3.1/U + 7.7/U^2)$,当 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < U < 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $C_d \times 1000 = 0.6 + 0.07U$,当 $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < U < 26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

计算中首先对风速进行多年月的平均,得到每月的平均风速,然后将其转化为月平均风应力。有关积分路径的选取,本文采用与刘钦燕等^[11]相同的积分路径,即图 5 的积分路径,其中北边界为 $0^\circ 45' \text{N}$,南边界为 $45^\circ 15' \text{S}$ 。沿图中路径在不考虑摩擦时对风应力进行积分,即用 Godfrey^[1]的绕岛理论公式积分,计算可得在稳定态下印尼贯穿流的流量为 10.474 Sv 。

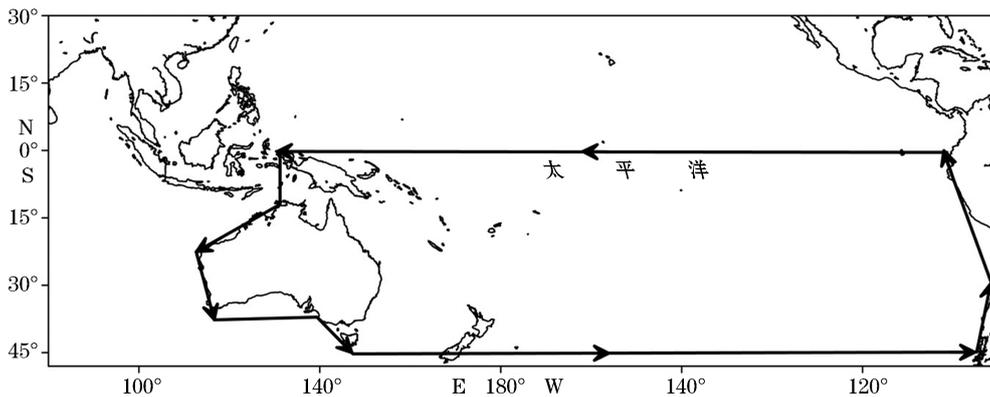


图 5 印尼贯穿流风应力积分路径图

Fig.5 Diagram of the integration path of wind stress used for the calculation of the Indonesian throughflow

本文的讨论限定在 β 平面,当把整个太平洋看做一个密闭海盆,则此时有 $\Psi_1 = 0$,望加西海峡的平均水深采用 $H_0 = 300 \text{ m}$,宽度选取 $W = 300 \text{ km}$ 。有关摩擦系数的选择,不同的文献取值不同,为方便比较,本文选取了 2 种摩擦系数: $A_H = 10^4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $D_f = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ^[14-16]与 $A_H = 5 \times 10^3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $D_f = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ^[14,19]。当摩擦系数取值 $A_H = 10^4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $D_f = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ^[14-16]时, $A_s = 2/3 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$,可得联合耗散因子 $m_0 = 0.3128$ 。通过式(8)可得到在同时考虑 2 种摩擦时的流量为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1 + m_0} = \frac{10.474 \text{ Sv}}{1.3128} = 7.9784 \text{ Sv}$,在 2 种摩擦的作用下其值减少约 23.8%。

当只考虑侧摩擦时,通过式(10)可得 $F_0 = \frac{\beta(y_B - y_A)\gamma_2(W)}{\Delta f_0(\gamma_1(W) + \gamma_2(W))}(\psi_0 - \psi_1) = \frac{L}{L_0} \frac{\gamma_2(W)}{\gamma_1(W) + \gamma_2(W)}\psi_0 = 0.0466\psi_0$,从而流量为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1 - 0.0466} = \frac{10.474 \text{ Sv}}{0.9534} = 10.9860 \text{ Sv}$,其流量值比不考虑摩擦时增加了 4.89%。

同理,当只考虑底摩擦时,通过式(11)可得 $F_0 = \frac{\beta(y_B - y_A)}{\Delta f_0(1 - e^{\frac{w}{\delta_s}})}(\psi_0 - \psi_1) = \frac{L}{L_0} \frac{1}{(1 - e^{\frac{w}{\delta_s}})}\psi_0 = -0.2055\psi_0$,从而流量为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1 + 0.2055} = \frac{10.474 \text{ Sv}}{1.2055} = 8.6886 \text{ Sv}$,其流量值比不考虑摩擦时减少了 17.05%。

假若取 Wajsowicz^[14]和 Pratt^[19]采用的数据 $A_H = 5 \times 10^3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $D_f = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $H_0 = 200 \text{ m}$, 可得摩擦系数的值为 $m_0 = -0.199 1$, 进而可得到在同时考虑 2 种摩擦时的年际平均估计流量近似为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1+m_0} = \frac{10.474 1}{1.199 1} = 8.735 0 \text{ Sv}$, 在 2 种摩擦的作用下其值减少了约 16.60%。

当只考虑侧摩擦时, 可计算得到 $F_0 = \frac{\beta(y_B - y_A)\gamma_2(W)}{\Delta f_0(\gamma_1(W) + \gamma_2(W))}(\psi_0 - \psi_1) = \frac{L}{L_0} \frac{\gamma_2(W)}{\gamma_1(W) + \gamma_2(W)}\psi_0 = 0.046 8\psi_0$,

从而流量为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1-0.046 8} = \frac{10.474 1}{0.953 2} = 10.988 4 \text{ Sv}$, 其流量值比不考虑摩擦时增加了 4.91%。

当只考虑底摩擦时, 可计算得到 $F_0 = \frac{L}{L_0} \frac{1}{(1 - e^{\frac{w}{\delta_s}})}\psi_0 = -0.029 9\psi_0$, 从而流量为 $\psi_0 = \frac{\psi_{0,\text{ideal}}}{1+0.029 9} =$

$\frac{10.474 1}{1.029 9} = 10.17 \text{ Sv}$, 其流量值比不考虑摩擦时减少了 2.9%。

比较发现: 当只考虑侧摩擦时, 流量会增加; 当只考虑底摩擦时, 流量会减少; 当同时考虑底摩擦和侧摩擦时, 流量会减少, 减少的幅度较只考虑底摩擦时更大。绕岛理论一般被认为高估实际流量值范围约为 0~25%^[14-15, 17, 19, 25], 其中主要原因在于缺少摩擦项, 本文结论与 Pedlosky^[25]的推测是一致的。

4 结 语

本研究在 Wajsowicz 的模型基础上, 通过同时考虑底摩擦和侧摩擦, 得到了岛屿的深度积分流函数解析值; 并且就不同的岛屿位置情况进行了讨论, 分别给出了通过海峡内通道的流量计算公式, 得到了相应的带有摩擦作用的绕岛理论。利用 CCMP 的风场数据, 计算了稳定态下印尼贯穿流的流量, 并就只考虑底摩擦、只考虑侧摩擦和综合考虑底摩擦与侧摩擦三种情况进行了对比, 发现: 当只考虑侧摩擦时, 流量会增加; 当只考虑底摩擦时, 流量会减少; 当同时考虑底摩擦和侧摩擦时, 流量会减少, 减少的幅度较只考虑底摩擦时更大。

文中有关流函数的解析表达式及流量的计算公式有一定的限制条件, 即要求通道的宽度远小于其长度, 故结论有一定的局限性。当限制条件不成立时, 此时 Munk-Stommel 模型将变成高阶偏微分方程, 有关其流函数的解析解, 将有待于进一步探讨。

参考文献 (References):

- [1] GODFREY J S. A Sverdrup model of the depth-integrated flow for the world ocean allowing for island circulation[J]. *Geophysical Fluid Dynamics*, 1989, 45(1): 89-112.
- [2] VERONIS G. Model of world ocean circulation; part I. Wind-driven two-layer[J]. *Journal of Marine Research*, 1973, 31(3): 228-288.
- [3] WIJFFELS S E, BRAY N, HAUTALA S, et al. The WOCE Indonesian Throughflow repeat hydrography sections: I10 and IR6[J]. *International WOCE Newsletter*, 1996, 24(25): 25-28.
- [4] GORDON A L, SPRINTALL J, AKEN H M V, et al. The Indonesian Throughflow during 2004-2006 as observed by the Instant Program[J]. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 2010, 50(2): 115-128.
- [5] GORDON A L, SUSANTO L, FIELD R D. Throughflow within Makassar strait[J]. *Geophysical Research Letter*, 1999, 26(21): 3325-3328.
- [6] CHEN Z H, WU L X, QIU B, et al. Seasonal variation of the south equatorial current bifurcation off Madagascar[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2014, 44(2): 618-631.
- [7] CAI W. Antarctic ozone depletion causes an intensification of the southern ocean super-gyre circulation[J]. *World Archaeology*, 2006, 31(3): 351-366.
- [8] QU T D. Upper-layer circulation in the South China Sea[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2000, 30(6): 1450-1460.
- [9] QU T D, DU Y, HIDEHARU S. South China Sea Throughflow: a heat and freshwater conveyor[J]. *Geophysical Research Letters*,

2006, 33(23): 430-452.

- [10] QU T D, KIM Y Y, YAREMCHUK M, et al. Can Luzon Strait transport play a role in conveying the impact of ENSO to the South China Sea? [J]. *Journal of Climate*, 2004, 17(18): 3644-3657.
- [11] LIU Q Y, WANG D X, XIE Q, et al. Decadal variability of Indonesian Throughflow and South China Sea Throughflow and its mechanism[J]. *Journal of Tropical Oceanography*, 2007, 26(6): 1-6. 刘钦燕, 王东晓, 谢强, 等. 印尼贯穿流与南海贯穿流的年代际变化特征及机制[J]. *热带海洋学报*, 2007, 26(6): 1-6.
- [12] LIU Q Y, WANG D X, XIE Q. The South China Sea Throughflow: linkage with local monsoon system and impact on upper thermal structure of the ocean[J]. *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*, 2012, 30(6): 1001-1009.
- [13] LIU Q Y, WANG D X, ZHOU W, et al. Covariation of the Indonesian Throughflow and South China Sea Throughflow associated with the 1976/77 regime shift[J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 2010, 27(1): 87-94.
- [14] WAJSOWICZ R C. The circulation of the depth-integrated flow around an island with application to the Indonesian Throughflow[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1993, 23(7): 1470-1484.
- [15] WAJSOWICZ R C. A modified Sverdrup model of the Atlantic and Caribbean circulation[J]. *Journal of Oceanography*, 2002, 32(3): 973-993.
- [16] LIAN Z, FANG G H, WANG X Y, et al. Application of Multi-island Rule to the study of the inter-ocean circulation of the South Sea [J]. *Advances in Marine Science*, 2017, 35(1): 20-31. 连展, 方国洪, 王新怡, 等. 多岛环流理论在南海域际环流中的应用研究[J]. *海洋科学进展*, 2017, 35(1): 20-31.
- [17] PEDLOSKY J, PRATT L, SPALL M A, et al. Circulation around islands and ridges[J]. *Journal of Marine Research*, 1997, 55(6): 1199-1251.
- [18] YANG J Y, LIN X P, WU D X. On the dynamics of the seasonal variation in the South China Sea throughflow transport[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2013, 118 (12): 6854-6866.
- [19] PRATT L, PEDLOSKY J. Barotropic circulation around islands with friction[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1998, 28(11): 2148-2162.
- [20] CHEN H Y. A new proof of the discriminant theorem on the root of a equation of third power[J]. *Journal of Tangshan Teachers College*, 2011, 33(2): 43-44. 陈海燕. 三次方程根的判别式定理的新证明[J]. *唐山师范学院学报*, 2011, 33 (2): 43-44.
- [21] DU Y, FANG G H. Progress on the study of the Indonesian Sea and Indonesian Throughflow[J]. *Advances in Earth Science*, 2011, 26 (11): 1131-1142. 杜岩, 方国洪. 印度尼西亚海与印度尼西亚贯穿流研究概述[J]. *地球科学进展*, 2011, 26 (11): 1131-1142.
- [22] ATLAS R, HOFFMAN R N, ARDIZZONE J, et al. A cross-calibrated, multiplatform ocean surface wind velocity product for meteorological and oceanographic applications[J]. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 2011, 92(2): 157-174.
- [23] ZHANG J, WEI Z X, LI S J, et al. Overviews on studies of the South China Sea branch of the Pacific-Indian ocean Throughflow[J]. *Advances in Marine Science*, 2014, 32(1): 107-120. 张晶, 魏泽勋, 李淑江, 等. 太平洋-印度洋贯穿流南海分支研究综述[J]. *海洋科学进展*, 2014, 32(1): 107-120.
- [24] YELLAND M. Wind stress measurements from the open ocean[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1996, 26(26): 541-558.
- [25] PEDLOSKY J. *Ocean circulation theory*[M]. New York; Springer Berlin Heidelberg, 1996.

The Island Rule With Consideration of Frictions and Its Application on the Transport Estimation of the Indonesian Throughflow

YANG Yan-zhao^{1,2}, WANG Li-wei^{1,3}, XU Teng-fei³, WEI Ze-xun^{1,3}

- (1. *College of Meteorology and Oceanography, National University of Defense Technology, Nanjing 211101, China;*
2. *College of Mathematical Science and Physics, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China;*
3. *First Institute of Oceanography, MNR, Qingdao 266061, China*)

Abstract: Based on Godfrey's Island Rule, the Island Rule with consideration of lateral and bottom frictions is derived with a barotropic model. The islands are divided into three categories according to their meridional length. By integrating the momentum equations, the analytical solutions of the stream function with frictions are obtained, and the formulas on the volume between two islands are thus obtained. Wajsowicz's Island Rule with friction is obtained when one of the lateral and bottom frictions is ignored. Based on Cross-Calibrated Multiplatform wind datasets, the volume transport of the Indonesian throughflow is calculated. It is found by comparison that the volume transport will be increased when only the lateral friction is considered, while it will be decreased; when only the bottom friction is considered. When both the lateral and bottom frictions are considered, the volume transport will be decreased, and this reduction is even greater than the case when only bottom friction is considered. Compared with that without friction, the reduction rate of the volume transport with consideration of both lateral and bottom frictions is less than 25%.

Key words: lateral friction; bottom friction; Indonesian Throughflow

Received: September 21, 2018