

# 热带气旋过程中的近惯性 振荡解及频散关系\*

张书文<sup>1,2</sup>, 曹瑞雪<sup>1,2\*</sup>, 谢玲玲<sup>1,2</sup>

(1. 广东海洋大学 海洋与气象学院, 广东 湛江 524088; 2. 陆架及深远海气候、  
资源与环境广东省高等学校重点实验室, 广东 湛江 524088)

**摘要:**基于简单的 Slab 模式,建立了热带气旋过程中上层海洋近惯性流与风应力之间的定量关系。在此基础上推导出了近惯性振荡在海面能量输入通量及在温跃层内能量耗散表达式,揭示了近惯性流在大尺度准地转流场作用下的频散关系。研究表明:上混合层近惯性流的产生是局地风应力直接作用的结果。海洋因其层化效应存在相应的斜压正交模,当风应力频率与海洋内部固有的斜压模态相近时,二者共振产生近惯性振荡。而当海面输入近惯性能量大于其在上混合层能量损耗的水深平均值时,近惯性振荡处于增长阶段,反之则处于衰减阶段。大尺度准地转流的作用是对近惯性振荡流产生频移效应,而对近惯性流的能量耗散没有贡献。

**关键词:**热带气旋; Slab 模式; 近惯性振荡; 频散关系

中图分类号: P732.6

文献标识码: A

文章编号: 1671-6647(2013)01-0038-05

热带气旋过程是海洋中普遍存在的现象,对上混合层与温跃层以下深层水之间的能量、热量和物质交换,以及陆架边缘海生物地球化学与物理过程耦合产生至关重要的影响<sup>[1-3]</sup>。热带气旋过程是海面风场向上层海洋能量输入的重要通道<sup>[4]</sup>,能够产生从上混合层向温跃层以下水层热通量的泵吸效应<sup>[5-7]</sup>和营养盐由深层水向上混合层输送通量的增强效应<sup>[8-9]</sup>。因此,开展热带气旋过程上层海洋的响应研究,对于揭示陆架边缘海物质扩散与沉积过程、海洋内部物质和能量循环及生态环境效应,提高海洋环流模式与区域性海洋生态动力学模式的预报精度具有重要的科学意义和实际应用价值<sup>[7,10-11]</sup>。

关于近惯性流的产生机制, Pollard<sup>[12]</sup>最早对此进行了研究报道,他指出风应力的快速变化能够在上层海洋驱动产生近惯性振荡。 Klein<sup>[13]</sup>则认为风应力是通过共振机制激发产生近惯性振荡,并导致混合层深度的增加。 Dickey 和 Simpson<sup>[14]</sup>通过数值试验发现,当风应力以惯性频率顺时针偏转时,能够在混合层激发产生近惯性振荡。这一结果被近期的大洋观测结果进一步所证实<sup>[15]</sup>。目前普遍可以达成共识的是,上层海洋的近惯性振荡是局地风应力直接作用下的结果,但对于风应力如何驱动产生近惯性流,依然缺乏基本的定量研究<sup>[16]</sup>。本研究工作的重点是基于 Slab 模式,建立近惯性流与风应力之间的定量关系,进而给出热带气旋过程中海面近惯性能量输入及能量耗散表达式,揭示近惯性流在大尺度准地转流场作用下的频散关系。

## 1 近惯性振荡解

海洋观测表明,强台风过程可激发产生零量级(1 m/s)的表层近惯性流<sup>[17]</sup>。当台风经过海面后,近惯性

\* 收稿日期: 2011-12-30

资助项目: 国家自然科学基金项目——南海北部陆架海底边界层湍流混合对跨跃层营养盐输送的影响研究(41176011),波浪破碎白冠层厚度分布的观测研究(40906008),南海北部陆架海近惯性内波混合的季节变化及其对生态系统的影响研究(U0933001); 广东省珠江学者计划 GDUPS(2010); 广东自然科学基金重点项目——南海北部陆架海近惯性内波混合机制的观测与分析研究(925240880100001)

作者简介: 张书文(1962-),男,山东栖霞人,教授,博士生导师,广东省珠江学者,主要从事海洋波动与混合方面研究。

E-mail: gdouzhangsw@163.com

\* 通讯作者, E-mail: cao\_ruixue@163.com

流将逐渐衰减,衰减的时间尺度一般为  $3\sim 4\text{ d}^{[17-18]}$ 。为了描述近惯性流的变化,本研究选用如下 Slab 模式<sup>[19]</sup>:

$$\frac{du}{dt} - fv = \frac{\tau_x}{\rho H} - ru \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = \frac{\tau_y}{\rho H} - rv \quad (2)$$

式中,  $f$  为惯性频率;  $r$  为近惯性流的衰减因子;  $\rho$  为海水密度;  $H$  为混合层深度;  $\tau_x, \tau_y$  为风应力的水平分量。如果式(1)和(2)的右端项为零,则可给出纯惯性运动解  $u(\text{or } v) \propto \exp(-ift)$ 。由于热带气旋过程引起的辐聚、辐散运动使得等密度面产生起伏,导致水平压力梯度项不为零。因此,在地球自转效应调整下将表现出近惯性运动的特征。令  $U = u + iv, \tau = \tau_x + i\tau_y$ , 式(1)加  $i$  式乘以(2),可得式(3):

$$\frac{dU}{dt} + (r + if)U = \frac{\tau}{\rho H} \quad (3)$$

式中,  $i$  为虚数。对于稳定的风场,由式(3)可得 Ekman 解:

$$U_{\text{Ekman}} = \frac{\bar{\tau}}{\rho H(r + if)} \quad (4)$$

对于任意条件下的风场,将风应力表示成时间平均项与时间变化项之和( $\bar{\tau} + \tau_i$ ),方程的解则可表示成 Ekman 解与近惯性解之和( $U_{\text{Ekman}} + U_i$ ),代入式(3)可得:

$$\frac{dU_i}{dt} + (r + if)U_i = \frac{\tau_i}{\rho H} \quad (5)$$

对式(5)两端取 *Fourier* 变换得:

$$\tilde{U}_i(\omega) = \frac{\tilde{\tau}_i(\omega)}{\rho H[r + i(f + \omega)]} \quad (6)$$

由式(6)可知,直接对近惯性振荡的谱能量产生贡献的是风应力的时间变化项。当风应力频率与海洋内部固有的斜压模态相近时,二者共振产生近惯性振荡<sup>[13-14]</sup>。对式(6)两边取模的平方,并注意到  $r \ll f$ ,则有

$$|\tilde{U}_i(\omega)|^2 = \frac{|\tilde{\tau}_i(\omega)|^2}{\rho^2 H^2 (f + \omega)^2} \quad (7)$$

可见当  $\omega \rightarrow f$  时,将激发产生最强的近惯性振荡  $|\tilde{U}_i(\omega)|_{\text{max}}^2 = |\tilde{\tau}_i(\omega)|^2 / 4\rho^2 H^2 f^2$ 。

取  $\tau_i = \tau_0 \exp(-ift)$ ,对式(5)求解,则有

$$U_i(t) = \frac{\tau_0(1 - e^{-n})}{\rho Hr} (\cos ft - i \sin ft) \quad (8)$$

## 2 能量传播方程

风场向上层海洋能量输入过程主要是通过风应力的斜压强迫驱动产生近惯性振荡向海洋内部传送能量<sup>[4]</sup>。风输送到海洋中的能量将分配到海流的各个模态中,其中一部分能量会在混合层底及温跃层内耗散掉,剩下的部分能量将穿过温跃层向深海传播<sup>[20]</sup>。近惯性振荡能量下传的时间尺度受混合层深度的影响不大,但下传时的能量消耗与温跃层的厚度却有很大的关系<sup>[16]</sup>。海洋观测发现,风应力在混合层驱动产生的近惯性振荡,容易在混合层底激发产生斜压剪切不稳定机制,而使海水垂直结构发生挟卷混合耗散能量<sup>[21]</sup>。约有 18% 的能量损耗在混合层,68% 的能量在穿越温跃层后耗散掉,而只有 15% 的能量向深层水传播<sup>[22]</sup>。为了给出近惯性振荡的能量传播方程,我们采用如下方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \langle U_q \cdot \nabla u_i \rangle - fv_i = \frac{\tau_x}{\rho H} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial z} (v_z \frac{\partial u_i}{\partial z}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \langle U_q \cdot \nabla v_i \rangle + fu_i = \frac{\tau_y}{\rho H} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial z} (v_z \frac{\partial v_i}{\partial z}) \quad (10)$$

式中,  $(u_i, v_i)$  为近惯性流;  $U_q = (u_q, v_q)$  为大尺度准地转流。式(9)乘以  $u_i$  加式(10)乘以  $v_i$ , 可得近惯性流的能量传播方程为

$$\frac{\partial E}{\partial t} + (U_q \cdot \nabla)E = \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial E}{\partial z}) - \nabla \cdot F - \rho v_z \left| \frac{\partial u_i}{\partial z} \right|^2 \quad (11)$$

$$v_z \frac{\partial E}{\partial z} \Big|_{z=\text{surface}} = u_i \cdot \tau_i \quad (12)$$

式中,  $E, F$  分别为近惯性振荡的动能和能量通量;  $v_z$  为涡动混合系数; 式(11)右端各项的物理意义为能量的垂直扩散项、能量通量的散度项及能量耗散项; 式(12)右端项表示近惯性能量的海面输入项。由式(8), 近惯性能量的输入通量可表示为

$$|U_i(t) \cdot \tau_i(t)| = \frac{\tau_0^2 (1 - e^{-n})}{\rho H r} \quad (13)$$

在上层海洋所耗散的能量为

$$\int_0^{H+H_{\text{thermocline}}} \rho v_z \left| \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|^2 dz = \frac{v_z (H + H_{\text{thermocline}}) \tau_0^2 (1 - e^{-n})^2}{4 \rho r^2 H^2} \quad (14)$$

式中,  $H_{\text{thermocline}}$  为温跃层厚度。由式(14)与(13)之比可估计近惯性振荡能量耗散时间尺度为

$$\frac{1}{r} = \left( \int_0^{H+H_{\text{thermocline}}} \rho v_z \left| \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|^2 dz / |U_i \cdot \tau_i| \right) [v_z (1 - e^{-n}) \left( \frac{H + H_{\text{thermocline}}}{4H} \right)]^{-1} \quad (15)$$

如取  $\int_0^{H+H_{\text{thermocline}}} \rho v_z \left| \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|^2 dz / |U_i \cdot \tau_i| = 0.85^{[22]}$ ,  $v_z = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H_{\text{thermocline}} = 20 \text{ m}$ ,  $H = 30 \text{ m}$ , 则可估计出耗散时间尺度约为 2.36 d, 这与 D'Asaro<sup>[17]</sup> 及 Plueddemann 和 Forrar<sup>[18]</sup> 观测到的时间尺度基本一致。

### 3 频散关系

热带气旋过程中近惯性流振幅的变化可通过频散关系予以确定。近惯性流及风应力的变化通常表示成指数函数形式  $\exp[i(k \cdot x - \omega t)]$ , 其中  $k = (k_x, k_y, k_z)$ ,  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 。如果不考虑准地转流的作用, 式(9)和(10)可改写为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + ifU_i = \frac{\tau_i}{\rho H} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial z} (v_z \frac{\partial U_i}{\partial z}) \quad (16)$$

式中,  $U_i = u_i + iv_i$ ,  $\tau = \tau_x + i\tau_y$ 。取  $U_i = U_0 \exp[i(k \cdot x - \omega t)]$ ,  $\tau_i = \tau_0 \exp[i(k \cdot x - \omega t)]$ , 代入式(16)可得:

$$\begin{cases} \omega_r = f \\ \omega_i = \frac{\tau_0}{\rho H U_0} - \frac{k_z^2 v_z}{H^2} \end{cases} \quad (17)$$

由式(17)可得, 当  $\omega_i > 0$ ,  $| \tau_i U_i | = \tau_0 U_0 > \frac{\rho U_0^2 k_z^2 v_z}{H} = \frac{1}{H} \int_0^H \rho v_z \left| \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|^2 dz$ , 即当近惯性能量在海面的输入

通量大于其在上混合层损耗的平均值时, 近惯性振荡处于增长状态。反之, 当  $| \tau_i U_i | < \frac{1}{H} \int_0^H \rho v_z \left| \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|^2 dz$  时, 近惯性振荡处于衰减状态。

如果考虑准地转流场的作用, 式(9)和(10)可改写为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + u_q \frac{\partial U_i}{\partial x} + v_q \frac{\partial U_i}{\partial y} + ifU_i = \frac{\tau_i}{\rho H} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial z} (v_z \frac{\partial U_i}{\partial z}) \quad (18)$$

将  $U_i = U_0 \exp[i(k \cdot x) - \omega t]$ ,  $\tau_i = \tau_0 \exp[i(k \cdot x - \omega t)]$  代入式(18)可得:

$$\begin{cases} \omega_r = f + \vec{K} \cdot \vec{U}_q \\ \omega_i = \frac{\tau_0}{\rho H U_0} - \frac{k_z^2}{H^2} v_z \end{cases} \quad (19)$$

由式(19)可知,准地转流场的存在对近惯性流的能量耗散没有贡献,但对近惯性振荡的频率产生频移,频移的大小取决于大尺度准地转流场的强弱。

## 4 结 论

基于 Slab 模式,我们研究了近惯性流与风应力之间的定量关系、海面能量输入通量、能量耗散、能量衰减时间尺度及频散关系,主要结论如下:

1) 上混合层近惯性振荡是局地风应力直接作用的结果。当风应力频率与海洋内部固有的斜压模态相近时,将促发产生近惯性振荡流。而当海面输入近惯性能量通量大于其在上混合层能量损耗的水深平均值时,近惯性振荡处于增长阶段,反之,则处于衰减阶段。

2) 利用 Slab 模式所估计出的能量耗散时间尺度约为 2.36 d,这与 D'Asaro<sup>[17]</sup> 及 Plueddemann 和 Forrar<sup>[18]</sup> 观测到的时间尺度基本一致。

3) 大尺度准地转流场的作用是对近惯性振荡流产生频移效应,对近惯性流的能量耗散没有直接影响。

## 参考文献(References):

- [1] HUANG S X, CAI Q F, XIANG J, et al. On decomposition of typhoon flow field[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(5): 3022-3027. 黄思训,蔡其发,项杰,等. 台风风场分解[J]. *物理学报*, 2007, 56(5): 3022-3027.
- [2] MO J Q, LIN Y H, LIN W T. The perturbative solution for the tropic sea-air coupled oscillators[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(9): 3971-3974.
- [3] BABIN S M, CARTON J A, DICKEY T D, et al. Satellite evidence of hurricane-induced phytoplankton blooms in an oceanic desert[J]. *J. Geophys. Res.*, 2004, 109, C03043, doi:10.1029/2003JC001938;1-21.
- [4] ZHOU L, TIAN J W, WANG D X. Energy distributions of the large-scale horizontal currents caused by wind in the baroclinic ocean[J]. *Science in China; Ser. D*, 2005, 48(12): 2267-2275.
- [5] D'ASARO E A. The ocean boundary layer below Hurricane Dennis[J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 2003, 33(3): 561-579.
- [6] SRIVER R, HUBER M. Observational evidence for an ocean heat pump induced by tropical cyclones[J]. *Nature*, 2007, 447(7144): 577-580.
- [7] CUI H, ZHANG S W, WANG Q Y. Numerical calculation of the response of the South China sea to typhoon imbudo[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(9): 6609-6615. 崔红,张书文,王庆业. 南海对于台风伊布都响应的数值计算[J]. *物理学报*, 2009, 58(9): 6609-6615.
- [8] LONGHURST A, SATHYENDRANATH S, CAVERHILL C. An estimate of global primary production in the ocean from satellite radiometer data[J]. *J. Plankton Res.*, 1995, 17(6): 1245-1271.
- [9] LIN I, LIU W T, WU C C, et al. New evidence for enhanced ocean primary production triggered by tropical cyclone[J]. *J. Geophys. Res. Lett.*, 2003, 30(13): 1718. doi:10.1029/2003GL017141.
- [10] ZEDLER S E, DICKEY T D, DONEY S C, et al. Analyses and simulations of the upper ocean's response to Hurricane Felix at the Bermuda Testbed Mooring site: 13-23 August 1995[J]. *J. Geophys. Res.*, 2002, 107(C12): 3232.
- [11] WALKER N D, LEBEN R R, BALASUBRAMANIAN S. Hurricane-forced upwelling and chlorophyll a enhancement within cold-core cyclones in the Gulf of Mexico[J]. *Geophys. Res. Lett.*, 2005, 32(18): 18610-18615.
- [12] POLLARD R T. On the generation by winds of inertial waves in the ocean[J]. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, 1970, 17(4): 795-812.
- [13] KLEIN P. A simulation of the effects of air-sea transfer variability on the structure of marine upper layers [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 1980, 10(11): 1824-1841.
- [14] DICKEY T D, SIMPSON J J. The sensitivity of upper ocean structure to time varying wind direction[J]. *Geophys. Res. Lett.*, 1983,

- 10(2): 133-136.
- [15] DOHAN K, DAVIS R E. Mixing in the transition layer during two storm events[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2011, 41(1): 42-66.
- [16] SHEARMAN R K. Observations of near-inertial current variability on the New England shelf[J]. *J. Geophys. Res.*, 2005, 110, C02012, doi:10.1029/2004JC002341;1-16.
- [17] D'ASARO E A. The energy flux from the wind to near-inertial motions in the mixed layer[J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 1985, 15(8): 1043-1059.
- [18] PLUEDDEMANN A J, FARRAR J T. Observations and models of the energy flux from the wind to mixed-layer inertial currents[J]. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 2006, 53(1-2): 5-30.
- [19] MACKINNON J A, GREGG M C. Near-inertial waves on the New England shelf: the role of evolving stratification, turbulent dissipation, and bottom drag[J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 2005, 35(12): 2408-2424.
- [20] D'ASARO E A. Upper ocean inertial currents forced by a strong storm. Part II: Modeling[J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 1995, 25(2): 2937-2952.
- [21] GARDNER W D, BLAKEY J C, WALSH I D, et al. Optics, particles, stratification and storms on the New England continental shelf [J]. *J. Geophys. Res.*, 2001, 106(C5): 9473-9497.
- [22] ALFORD M H, GREGG M G. Near-inertial mixing: Modulation of shear, strain and microstructure at low latitude[J]. *J. Geophys. Res.*, 2001, 106(C8): 16947-16968.

## Upper Ocean Near-inertial Oscillations and Dispersion Relation in the Course of Tropical Cyclone

ZHANG Shu-wen<sup>1,2</sup>, CAO Rui-xue<sup>1,2</sup>, XIE Ling-ling<sup>1,2</sup>

- (1. *College of Oceanology and Meteorology, Guangdong Ocean University, Zhanjiang 524088, China;*  
2. *Guangdong Key Lab of Climate, Resource and Environment in Continental Shelf Sea and Deep Sea, Zhanjiang 524088, China*)

**Abstract:** The quantitative relationship between the upper ocean near-inertial current and the local wind stress and the expressions of near-inertial energy input at the surface and the energy dissipation within the thermocline in the course of a tropical cyclone are investigated based on a simple slab model. It is indicated that the near-inertial oscillations in the ocean mixed layer are created by the local wind stress. As the wind stress changes with the baroclinic model of the interior ocean, the resonance mechanism is expected to occur in the upper layer. Additionally, the near-inertial oscillations are amplified (or damped) with time when the near-inertial energy input at the surface is greater (or smaller) than the average energy dissipation in the mixed layer. The quasi-geostrophic flow has no effect on the energy dissipation in the mixed layer, but has an effect on the frequency shift of the near-inertial current.

**Key words:** tropical cyclone; Slab model; near-inertial oscillation; dispersion relation

**Received:** December 30, 2011